

Staatliches Seminar für Didaktik und Lehrerbildung (Gymnasien) Rottweil

**WADI**

**WAchhalten und  
DIagnostizieren**

**von Grundkenntnissen und Grundfertigkeiten  
im Fach Mathematik**

**Kurstufe**

**Markus Kammerer  
Rüdiger Sandmann  
Ulrich Wagner  
Manfred Zinser**

**Maike Hofmann  
Christian Künstle  
Chaya Maaß  
Barbara Stockburger  
Arnold Zitterbart**

Stand: 23.09.2014

**Analysis**

C25	Verknüpfung von Funktionen	<u>4</u>		<u>52</u>	
C26	Ableitungsregeln	<u>5</u>		<u>53</u>	
C27	2. Ableitung und Extremstellen	<u>6</u>		<u>54</u>	
C28	Wendestellen	<u>7</u>		<u>55</u>	
C29	Die natürliche Exponentialfunktion	<u>8</u>		<u>56</u>	
C30	Logarithmus und Exponentialgleichung	<u>9</u>		<u>57</u>	
C31	Definitionslücken, senkrechte Asymptoten	<u>10</u>		<u>58</u>	
C32	Verhalten für $x \rightarrow \pm\infty$	<u>11</u>		<u>59</u>	
C33	Trigonometrische Funktionen	<u>12</u>		<u>60</u>	
C34	Graphen zuordnen	<u>13</u>		<u>61</u>	
C35	Extremwertprobleme	<u>14</u>		<u>62</u>	
C36	Tangentenprobleme	<u>15</u>		<u>63</u>	
C37	Funktionenscharen	<u>16</u>		<u>64</u>	
C38	Änderung und Gesamtänderung	<u>17</u>		<u>65</u>	
C39	Stammfunktion, Integral	<u>18</u>		<u>66</u>	
C40*	Integralfunktion	<u>19</u>	<u>101</u>	<u>67</u>	<u>107</u>
C41	Flächen	<u>20</u>		<u>68</u>	
C42	Mittelwerte und Rauminhalte	<u>21</u>		<u>69</u>	
C43	Exponentielles Wachstum	<u>22</u>		<u>70</u>	
C44	Beschränktes Wachstum	<u>23</u>		<u>71</u>	
C45	Logistisches Wachstum	<u>24</u>		<u>72</u>	
C46	Differenzialgleichungen exponentieller Prozesse	<u>25</u>		<u>73</u>	
C47*	Folgen	<u>26</u>	<u>102</u>	<u>74</u>	<u>108</u>
C48	Monotonie und Beschränktheit bei Folgen	<u>27</u>		<u>75</u>	
C49	Grenzwerte von Folgen	<u>28</u>		<u>76</u>	

**Lineare Gleichungssysteme, Analytische Geometrie**

B30	Lösen von LGS: Das Gauß-Verfahren	<u>29</u>		<u>77</u>	
B31	Lösungsmengen von LGS	<u>30</u>		<u>78</u>	
B32	Bestimmung ganzrationaler Funktionen	<u>31</u>		<u>79</u>	
B33	Abstand zweier Punkte im Raum	<u>32</u>		<u>80</u>	
B34	Ebengleichungen 1	<u>33</u>		<u>81</u>	
B35	Ebengleichungen 2	<u>34</u>		<u>82</u>	
B36	Besondere Lage von Ebenen	<u>35</u>		<u>83</u>	
B37	Gegenseitige Lage Gerade und Ebene	<u>36</u>		<u>84</u>	
B38	Lagebeziehung zwischen Ebenen	<u>37</u>		<u>85</u>	
B39	Hessesche Normalenform (HNF)	<u>38</u>		<u>86</u>	
B40	Abstand Punkt - Gerade	<u>39</u>		<u>87</u>	
B41	Abstand zweier Geraden	<u>40</u>		<u>88</u>	
B42	Skalarprodukt	<u>41</u>		<u>89</u>	
B43	Orthogonalität, Winkel	<u>42</u>		<u>90</u>	
B44	Spiegelung und Symmetrie	<u>43</u>		<u>91</u>	

## Stochastik

D13	Standardabweichung	<a href="#">44</a>		<a href="#">92</a>	
D14	Sigma-Regeln	<a href="#">45</a>		<a href="#">93</a>	
D15	Statistische Tests	<a href="#">46</a>		<a href="#">94</a>	
D16*	Signifikanztests	<a href="#">47</a>	<a href="#">103</a>	<a href="#">95</a>	<a href="#">109</a>
D17*	Fehler beim Testen	<a href="#">48</a>	<a href="#">104</a>	<a href="#">96</a>	<a href="#">110</a>
D18	Stetig verteilte Zufallsvariablen	<a href="#">49</a>		<a href="#">97</a>	
D19*	Gauß'sche Glockenfunktion	<a href="#">50</a>	<a href="#">105</a>	<a href="#">98</a>	<a href="#">111</a>
D20*	Normalverteilungen	<a href="#">51</a>	<a href="#">106</a>	<a href="#">99</a>	<a href="#">112</a>

Hinweis: Die Seitenzahlen der Aufgaben und Lösungen sind in den elektronischen Versionen verlinkt.

Am [Ende des Dokuments](#) finden Sie die Historie der durchgeführten Änderungen.

Hinweis zum GTR: Die GTR-Screenshots sind mit dem **TI 84 plus** erstellt.

\* Im Anhang ab Seite 100 befinden sich zusätzlich die Aufgaben- und Lösungsblätter mit GTR-Abbildungen für den **Casio fx-9860 GII**. Für die Erstellung dieser Screenshots bedanken wir uns bei Frau StD Monika Eisenmann und Herrn StD Jürgen Appel.

Für andere Modelle muss gegebenenfalls eine Anpassung vorgenommen werden.

Anregungen, Hinweise oder Rückmeldungen von Fehlern senden Sie bitte an die folgende E-Mail-Adresse: [WADI-Mathematik@semgym-rw.de](mailto:WADI-Mathematik@semgym-rw.de).

Die aktuellsten Dateiversionen können Sie unter <http://lehrerfortbildung-bw.de> downloaden.

### Achtung:

Unter dem Betriebssystem Windows XP kann es beim Ausdrucken der Formeln zu Problemen kommen (Formeln werden zwar im Layout angezeigt, aber nicht ausgedruckt).


Abhilfe kann das von Microsoft unter <http://support.microsoft.com/kb/960985/de> vorgeschlagene Vorgehen schaffen.

## Einführung

Wie bei den vorhergehenden Bänden zu den anderen Klassenstufen sollen die thematisch geordneten Aufgabenblätter Grundwissen und Grundfertigkeiten abbilden, die für einen kompetenzorientierten Mathematikunterricht von zentraler Bedeutung sind.

Die WADI-Aufgabenblätter decken alle drei Themengebiete Analysis, Analytische Geometrie und Stochastik ab.

Es wurde von uns versucht, das vom Bildungsplan erwartete Grundwissen und die Grundfertigkeiten abzubilden. Aufgrund des WADI spezifischen Formats können dabei allerdings nicht alle Basisfertigkeiten, wie z.B. die Beschreibung eines mathematischen Verfahrens, abgebildet werden.

Ist der Einsatz des grafikfähigen Taschenrechners angebracht, so ist dies durch das Zeichen  gekennzeichnet.

### WADI – Basiswissen – Abitur

Der Fokus der WADI-Aufgabenblätter liegt verstärkt darauf, Grundwissen und Grundfertigkeiten wachzuhalten, welche in der schriftlichen Abiturprüfung gefordert sein können. Bei den Lernenden hierbei auftretende Defizite können mit den WADI-Aufgabenblättern diagnostiziert werden.

An einigen Stellen geht WADI über die derzeitigen Anforderungen in der schriftlichen Prüfung hinaus, z.B. gibt es mehrere Aufgabenblätter zum Themenkreis „Folgen“.

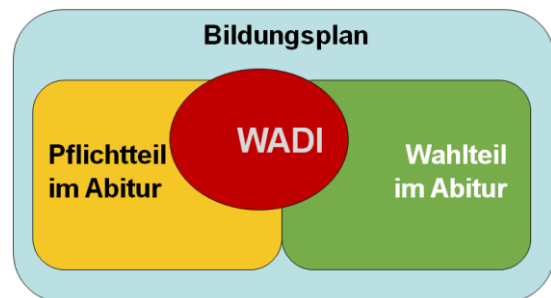
Im Bereich der Stochastik haben sich die Autoren bei der im Bildungsplan geforderten stetigen Verteilung für die Normalverteilung entschieden.

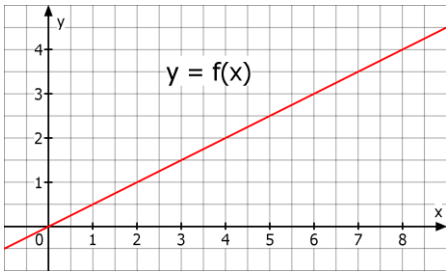
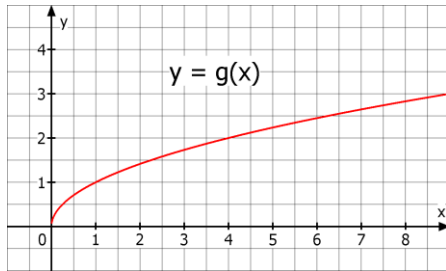
Zum Abschluss sei nochmals darauf hingewiesen, dass zum Erwerb von Kompetenzen, die über diese Grundlagen hinausgehen und die sowohl für den Unterricht, als auch für die Abiturprüfung notwendig sind, die WADI-Aufgabenblätter alleine nicht ausreichen.

Wir wünschen allen Nutzern dieses Heftes viel Spaß und Erfolg.

Rottweil, im November 2010

Maike Hofmann, Markus Kammerer, Christian Künstle, Chaya Maaß, Rüdiger Sandmann, Barbara Stockburger, Ulrich Wagner, Manfred Zinser, Arnold Zitterbart



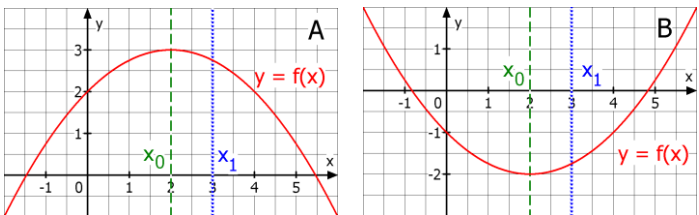
WADI Kursstufe C25		Verknüpfen von Funktionen	
Name: _____ Klasse: _____		r/f /n	
1	<p>Verkettet man die Funktionen <math>u</math> und <math>v</math>, so bedeutet <math>(u \circ v)(x)</math>, dass im Funktionsterm von</p> <p>a) <math>u</math> jedes <math>v(x)</math> durch <math>x</math> ersetzt wird.  b) <math>u</math> jedes <math>x</math> durch <math>v(x)</math> ersetzt wird.  c) <math>v</math> jedes <math>x</math> durch <math>u(x)</math> ersetzt wird.  d) <math>v</math> jedes <math>u(x)</math> durch <math>x</math> ersetzt wird.</p>	<p style="text-align: center;"><b>Ja</b>      <b>Nein</b></p> <p>a)    <input type="checkbox"/>      <input type="checkbox"/></p> <p>b)    <input type="checkbox"/>      <input type="checkbox"/></p> <p>c)    <input type="checkbox"/>      <input type="checkbox"/></p> <p>d)    <input type="checkbox"/>      <input type="checkbox"/></p>	
2	<p>Bestimmen Sie anhand der Graphen die gesuchten Funktionswerte.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;">   </div>	<p>a) <math>f(g(1)) =</math> _____</p> <p>b) <math>f(g(4)) =</math> _____</p> <p>c) <math>g(f(2)) =</math> _____</p> <p>d) <math>g(f(8)) =</math> _____</p>	
3	<p>Gegeben sind die Funktionen <math>u</math> und <math>v</math> mit <math>u(x) = 2x^2</math> und <math>v(x) = x + 2</math>. Ordnen Sie den Verkettungen jeweils das richtige Ergebnis zu.</p> <p>A: <math>u(v(1))</math>      C: <math>u(u(0))</math>  B: <math>v(u(1))</math>      D: <math>v(u(-4))</math></p>	<p>— 3      — 16</p> <p>— 18      — 8</p> <p>— 0      — 4</p> <p>— 34      — 66</p>	
4	<p>Ist die Funktion aus den Funktionen <math>u</math> und <math>v</math> mit <math>u(x) = x^3</math> und <math>v(x) = 3x + 1</math> gebildet worden? Wenn ja, auf welche Art?</p> <p>A: <math>f(x)=6x+2</math>    B: <math>g(x)=3x^3+1</math>    C: <math>h(x)=x^3+3x+1</math>  D: <math>i(x)=x^6</math>      E: <math>j(x)=(3x+1)^3</math>    F: <math>k(x)=(3x+1)^2</math></p>	<p>— <math>u+v</math>    — <math>u:v</math></p> <p>— <math>u-v</math>    — <math>u \circ v</math></p> <p>— <math>u \cdot v</math>    — <math>v \circ u</math></p>	
5	<p>Wahr oder falsch:</p> <p>a) Bei der Verkettung von zwei Funktionen ist die Reihenfolge ohne Bedeutung.  b) Eine Funktion kann nie mit sich selbst verkettet werden.  c) Eine Verkettung von mehr als zwei Funktionen ist nicht möglich.  d) Bei der Verkettung <math>(u \circ v)(x) = u(v(x))</math> ist <math>v</math> die innere und <math>u</math> die äußere Funktion.</p>	<p style="text-align: center;"><b>Wahr</b>    <b>Falsch</b></p> <p>a)    <input type="checkbox"/>      <input type="checkbox"/></p> <p>b)    <input type="checkbox"/>      <input type="checkbox"/></p> <p>c)    <input type="checkbox"/>      <input type="checkbox"/></p> <p>d)    <input type="checkbox"/>      <input type="checkbox"/></p>	
6	<p>Welche Funktion entsteht bei der Verkettung mit dem GTR für <math>Y_3</math>?</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content;"> <pre> Plot1 Plot2 Plot3 \Y1 X^2 \Y2 X+4 \Y3 Y1(Y2) \U. - </pre> </div>	<p><input type="checkbox"/> <math>f(x) = (x + 2)^4</math></p> <p><input type="checkbox"/> <math>f(x) = x^2 + 4</math></p> <p><input type="checkbox"/> <math>f(x) = (x + 4)^2</math></p>	

WADI Kursstufe C26		Ableitungsregeln			
Name: _____ Klasse: _____		r/f /n			
1	<p>Gegeben sind die Funktionen <math>f</math> und <math>g</math> durch <math>f(x) = (u \circ v)(x)</math> und <math>g(x) = (u \cdot v)(x)</math>. Dabei sind die Funktionen <math>u</math> und <math>v</math> differenzierbar.</p> <p>a) Die Zeichen <math>\circ</math> und <math>\cdot</math> bedeuten das Gleiche, also haben <math>f</math> und <math>g</math> die gleiche Ableitung.</p> <p>b) für <math>f'</math> gilt: <math>f'(x) = v'(x) \cdot u'(v(x))</math></p> <p>c) <math>f</math> und <math>g</math> müssen nicht differenzierbar sein.</p> <p>d) für <math>g'</math> gilt: <math>g'(x) = u'(x) \cdot v'(x) + u(x) \cdot v(x)</math></p> <p>e) <math>f(x)</math> schreibt man auch als <math>u(v(x))</math>.</p>	<b>Wahr Falsch</b>			
		a)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
		b)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
		c)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
		d)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
e)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>			
2	<p>Welche der Ableitungsregeln (Potenz-, Produkt- oder Kettenregel (Pot, Pro oder Ket)) hilft beim Ableiten der Funktionen?</p> <p>A: <math>f(x) = \frac{1}{x^2}</math>    B: <math>g(x) = \sin(x^2)</math>    C: <math>h(x) = \sqrt{3 + x^3}</math></p> <p>D: <math>i(x) = 2x \cdot \cos(x)</math>    E: <math>m(x) = \frac{1}{2}x^2 \cdot (1 - x)^2</math></p>		Pot	Pro	Ket
		A			
		B			
		C			
		D			
E					
3	<p>Bei <math>u \circ v</math> mit <math>u(x) = x^2</math> und <math>v(x) = \sin(x)</math> ist</p> <p>a) <math>\cos(x)</math> die Ableitung der äußeren Funktion.</p> <p>b) <math>\cos(x)</math> die Ableitung der inneren Funktion.</p>	<b>Richtig Falsch</b>			
		a)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
b)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>			
4	<p>Gegeben sind die Funktionen <math>f</math> und <math>g</math> durch <math>f(x) = (3 - x)^4</math> und <math>g(x) = (2 + x) \cdot (1 + 4x)^4</math>. Ergänzen Sie die Lücken in der Ableitung:</p> <p>a) <math>f'(x) = \square \cdot (3 - x)^3</math></p> <p>b) <math>g'(x) = (1 + 4x)^4 + (2 + x) \cdot \square \cdot (1 + 4x)^3</math></p>	Für <input type="checkbox"/> muss stehen:			
		a) _____			
b) _____					
5	<p>Entscheiden Sie, welches die Ableitung von <math>f</math> mit <math>f(x) = (3x + 5) \cdot \sin(x)</math> ist.</p> <p>a) <math>f'(x) = 3 \cdot \cos(x)</math>    b) <math>f'(x) = 3x \cdot \cos(x)</math></p> <p>c) <math>f'(x) = 3 \cdot \sin(x) + (3x + 5) \cdot \cos(x)</math></p> <p>d) <math>f'(x) = 3 \cdot \cos(x) + (3x + 5) \cdot \sin(x)</math></p>	Richtig ist:			
		a)	<input type="checkbox"/>		
		b)	<input type="checkbox"/>		
		c)	<input type="checkbox"/>		
		d)	<input type="checkbox"/>		
6	<p>Geben Sie zur Funktion <math>f</math> jeweils <math>f'(3)</math> an.</p> <p>a) <math>f(x) = (x + 5)^2</math>    b) <math>f(x) = \frac{-3x + 5}{9}</math></p> <p>c) <math>f(x) = \frac{1}{(x - 5)^2}</math>    d) <math>f(x) = \frac{1}{(4x - 6)^2}</math></p>	Es ist $f'(3)$			
		a)	_____	b) _____	
		c)	_____	d) _____	
7	<p>Gegeben ist die Funktion <math>f</math> mit <math>f(x) = (2x + 1)^3</math>.</p> <p>a) Welche Steigung hat der Graph in <math>P(-2 f(-2))</math>?</p> <p>b) An welcher Stelle hat der Graph eine waagrechte Tangente?</p>	a) Steigung $m =$ _____			
		b) Stelle $x =$ _____			

Name: \_\_\_\_\_ Klasse: \_\_\_\_\_

r/f  
/n

**1** Entscheiden Sie, welche Aussagen zutreffen.

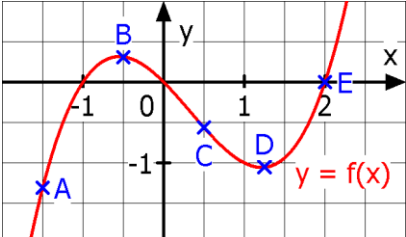


a) Der Graph von  $f$  ist eine Rechtskurve.  
 b) Der Graph von  $f$  ist eine Linkskurve.  
 c) Der Graph von  $f'$  steigt streng monoton.  
 d) Es ist  $f''(x_0) < 0$ .  
 e) Es ist  $f''(x_1) < 0$ .

Trifft im dargestellten Intervall zu für den Graphen in

	A	B
a)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
e)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**2** Tragen Sie in der Tabelle ein, ob  $f(x)$ ,  $f'(x)$  und  $f''(x)$  in den markierten Punkten positiv ( $>0$ ), negativ ( $<0$ ) oder Null sind.



	$f(x)$	$f'(x)$	$f''(x)$
A			
B			
C			
D			
E			

**3** Entscheiden Sie anhand der 2. Ableitung, ob der Extrempunkt P ein Hochpunkt (HP) oder Tiefpunkt (TP) des Graphen von  $f$  ist.

a)  $f(x) = x^2 + 6x + 5$ ,  $P(-3 | -4)$   
 b)  $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x$ ,  $P(-2 | 20)$   
 c)  $f(x) = 0,75x^4 - x^3 - 3x^2$ ,  $P(2 | -8)$

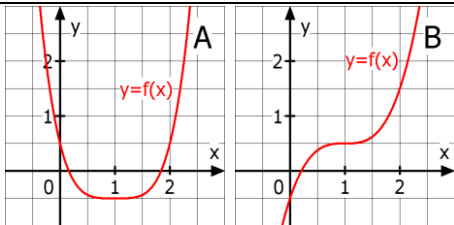
a)  $f''(-3) = \underline{\hspace{2cm}}$   
 HP  TP   
 b)  $f''(-2) = \underline{\hspace{2cm}}$   
 HP  TP   
 c)  $f''(2) = \underline{\hspace{2cm}}$   
 HP  TP

**4** Berechnen Sie die Hochpunkte (HP) und Tiefpunkte (TP) des Graphen von  $f$ .

a)  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$       b)  $f(x) = x + \frac{4}{x}$

a) HP(     |     )  
 TP(     |     )  
 b) HP(     |     )  
 TP(     |     )

**5** Welche Aussagen sind zutreffend?



a)  $f'(1)=0$  und  $f''(1)=0$   
 b)  $f'$  wechselt bei  $x = 1$  sein Vorzeichen.  
 c) Für  $x = 1$  hat der Graph einen Sattelpunkt.  
 d)  $f'$  wechselt bei  $x = 1$  sein Vorzeichen nicht.  
 e) Für  $x = 1$  hat der Graph einen Extrempunkt.

Trifft zu für den Graphen in

	A	B
a)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
e)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**6** Eine ganzrationale Funktion  $f$  ...

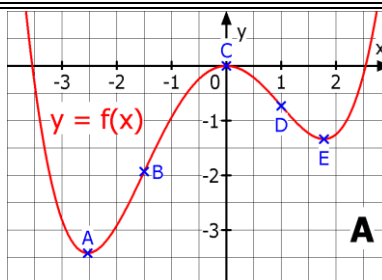
a) ... vom Grad 2 hat genau eine Extremstelle.  
 b) ... mit genau drei verschiedenen Extremstellen ist mindestens vom Grad 4.  
 c) ... vom Grad  $n$  hat höchstens  $n$  Extremstellen.

	Richtig	Falsch
a)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Name: \_\_\_\_\_ Klasse: \_\_\_\_\_

r/f  
/n

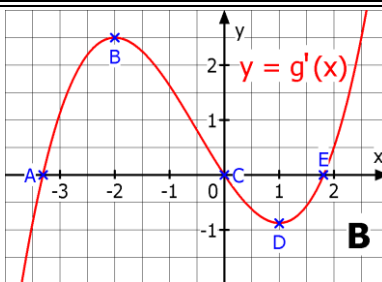
1 Abb. A zeigt den Graphen einer Funktion  $f$ . Die markierten Punkte sind entweder Extrempunkte (HP oder TP) oder Wendepunkte (WP). Füllen Sie die Tabelle aus.



Die Punkte sind für den Graphen von  $f$

	HP	TP	WP
A	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
B	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
C	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
D	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
E	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

2 Abb. B zeigt den Graphen der Ableitung einer Funktion  $g$ . Die markierten Punkte sind entweder Extrempunkte (HP oder TP) oder Wendepunkte (WP) des Graphen von  $g$ . Füllen Sie die Tabelle aus.



Die Punkte sind für den Graphen von  $g$

	HP	TP	WP
A	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
B	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
C	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
D	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
E	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

3 Entscheiden Sie, ob die Aussagen zur Funktion  $f$  bzw. zu ihrem Graphen wahr oder falsch sind.  
 a) Wendestellen von  $f$  sind Extremstellen von  $f'$ .  
 b) in einem Wendepunkt geht der Graph immer von einer Links- in eine Rechtskurve über.  
 c) Gilt  $f'(x_0) = 0$ ,  $f''(x_0) = 0$  und  $f'''(x_0) \neq 0$ , so ist  $W(x_0 | f(x_0))$  Sattelpunkt des Graphen von  $f$ .

	Wahr	Falsch
a)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

4 Welche der angegebenen Stellen sind Wendestellen der Funktion  $f$  mit  $f(x) = x^4 - 6x^2 - 8x$ ?  
 $x_1 = -3$ ,  $x_2 = -2$ ,  $x_3 = -1$ ,  $x_4 = 1$ ,  $x_5 = 2$ ,  $x_6 = 3$

Wendestellen sind

<input type="checkbox"/> $x_1$	<input type="checkbox"/> $x_2$	<input type="checkbox"/> $x_3$
<input type="checkbox"/> $x_4$	<input type="checkbox"/> $x_5$	<input type="checkbox"/> $x_6$

5 Welche der angegebenen Gleichungen gehören zu Wendetangenten an den Graphen von  $f$  mit  $f(x) = \frac{1}{2}x^4 + x^3 + 1$   
 a)  $y = x$     b)  $y = 1$     c)  $x = 1$     d)  $y = x + 1,5$   
 e)  $y = x + 0,5$     f)  $y = -x + 1,5$

Gleichungen zu Wendetangenten sind:

a) <input type="checkbox"/>	d) <input type="checkbox"/>
b) <input type="checkbox"/>	e) <input type="checkbox"/>
c) <input type="checkbox"/>	f) <input type="checkbox"/>

6 Bestimmen Sie mit dem GTR die Wendepunkte des Graphen von  $f$  mit  $f(x) = 2x^4 + 8x^3 - 7x + 3$ .

Wendepunkte  
 $W_1(\_\_|\_\_) \quad W_2(\_\_|\_\_)$

7 Jede ganzrationale Funktion...  
 a) ...mit ungeradem Grad größer 1 hat mindestens eine Wendestelle.  
 b) ...die symmetrisch zur  $y$ -Achse ist, hat mindestens eine Wendestelle.

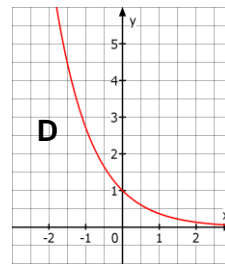
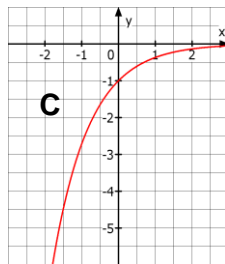
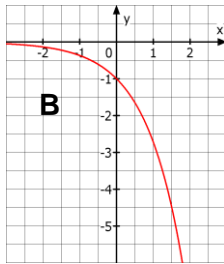
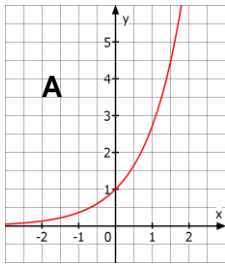
	Richtig	Falsch
a)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Name: \_\_\_\_\_ Klasse: \_\_\_\_\_

r/f  
/n

1 Ordnen Sie jeder Funktionsgleichung den passenden Graphen zu.



\_\_\_  $f(x) = e^{-x}$

\_\_\_  $g(x) = e^x$

\_\_\_  $h(x) = -e^x$

\_\_\_  $m(x) = -e^{-x}$

2 Welche Aussagen über die Zahl e sind wahr.

- a) e ist eine reelle Zahl.    b) e ist ein Bruch.  
c)  $e \approx 2,71828$ .        d) e hat eine Periode.

Wahr ist:

- a)         b)   
c)         d)

3 Sind die Umformungen richtig oder falsch?

- a)  $e^x \cdot e^{2x} = e^{3x}$                       b)  $2e^x \cdot 3e^x = 6e^x$   
c)  $e^{x^2} = (e^x)^2$                         d)  $e^{2x} + (e^x)^3 = e^{5x}$   
e)  $\frac{e^{2x}}{e^x} = e^{-x}$                             f)  $(-e)^x = e^{-x}$

Richtig ist:

- a)         b)   
c)         d)   
e)         f)

4 Gegeben sind f mit  $f(x) = e^x$  und g mit  $g(x) = e^{-x}$ . Welche der Eigenschaften treffen auf den Graphen von f, welche auf g zu?

- a) Der Graph ist streng monoton.  
b) Der Graph ist immer rechtsgekrümmt.  
c) Der Graph ist immer linksgekrümmt.  
d) Der Graph verläuft durch den Punkt (1 | 0).  
e) Der Graph schneidet die y-Achse bei 1.  
f) Die positive x-Achse ist Asymptote.  
g) Die negative x-Achse ist Asymptote.

Eigenschaft trifft zu für den Graphen von

	$e^x$	$e^{-x}$
a)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
e)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
f)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
g)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

5 Wahr oder falsch?

- a) Aus f mit  $f(x) = e^x$  folgt  $f'(x) = x \cdot e^{x-1}$   
b) Aus f mit  $f(x) = x \cdot e^x$  folgt  $f''(x) = (x + 2)e^x$   
c) Aus f mit  $f(x) = (e^x)^2$  folgt  $f'(x) = 2e^{2x}$   
d) Aus f mit  $f(x) = \frac{1}{e^x}$  folgt  $f'(x) = -e^{-x}$

Wahr    Falsch

- a)           
b)           
c)           
d)

6 Welche der Funktionen stimmt mit ihrer Ableitung überein?

- $f(x) = 1,5e^{x-1} + 5$                        $g(x) = 5e^{x+2}$   
 $h(x) = 2e^{-x} - 2e^x$                      $k(x) = -e^{-x} + e^{x+1}$   
 $m(x) = -8e^x$

- f(x)         g(x)  
 h(x)         k(x)  
 m(x)

Name: _____	Klasse: _____	r/f /n
-------------	---------------	-----------

<b>1</b> Ordnen Sie mithilfe des Graphen von $f$ mit $f(x) = e^x$ die folgenden Werte richtig zu. a) $e^{0,5}$ b) $\ln(1)$ c) $\ln(2)$ d) $\ln(0,5)$ e) $\ln(4)$ f) $e^{-1}$		_____ 0,368 _____ 0,693 _____ 0 _____ -0,693 _____ 1,386 _____ 1,649
--	--	---

<b>2</b> Vereinfachen Sie: a) $\ln(e)$ b) $\ln(e^2)$ c) $\ln(\frac{1}{e})$ d) $\ln(1)$ e) $\ln(e^{-1})$ f) $e^{\ln(4)}$	a) ___    b) ___    c) ___ d) ___    e) ___    f) ___
---	--

<b>3</b> Entscheiden Sie, ob die Aussage wahr ist. a) $\ln(2)$ ist die Zahl, die mit $e$ potenziert 2 ergibt. b) $\ln(2)$ ist Lösung der Gleichung $e^x = 2$ . c) $\ln(2)$ ist Lösung der Gleichung $2^x = e$ . d) $\ln(2)$ ist die Zahl, die mit 2 potenziert $e$ ergibt. e) $\ln(2)$ ist näherungsweise 0,693.	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">Wahr</td> <td style="text-align: center;">Falsch</td> </tr> <tr> <td>a)</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>b)</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>c)</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>d)</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>e)</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> </table>		Wahr	Falsch	a)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	b)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	c)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	d)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	e)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	Wahr	Falsch																	
a)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																	
b)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																	
c)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																	
d)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																	
e)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																	

<b>4</b> Welche Umformungen sind richtig? a) $\ln(e^x) = e$ ( $x \in \mathbb{R}$ )    b) $\ln(e^x) = x$ ( $x \in \mathbb{R}$ ) c) $e^{\ln(x)} = x$ ( $x \in \mathbb{R}^+$ )    d) $e^{\ln(x)} = \ln(x)$ ( $x \in \mathbb{R}$ )	Richtig ist: a) <input type="checkbox"/> b) <input type="checkbox"/> c) <input type="checkbox"/> d) <input type="checkbox"/>
--	--

<b>5</b> Berechnen Sie die Nullstellen der Funktion $f$ a) $f(x) = e^x - e$ b) $f(x) = (x + 1) \cdot e^x$	Nullstelle a) $x = \underline{\hspace{2cm}}$ b) $x = \underline{\hspace{2cm}}$
--	---

<b>6</b> Der Term $2^x$ ist äquivalent zu a) $\ln(e^{2x})$ b) $e^{\ln(2x)}$ c) $e^{x \ln(2)}$ d) $e^{x + \ln(2)}$	a) <input type="checkbox"/> b) <input type="checkbox"/> c) <input type="checkbox"/> d) <input type="checkbox"/>
--	--

<b>7</b> Für welchen $x$ -Wert nimmt die Funktion den Wert 12 an (auf zwei Dezimalen gerundet)? a) $f(x) = e^x$ b) $g(x) = e^{2x}$ c) $h(x) = 3e^x$ d) $k(x) = e^{3x+1}$	Der $x$ -Wert ist a) _____                      b) _____ c) _____                      d) _____
--	---

<b>8</b> Lösen Sie die Gleichung. a) $e^x = e^6$ b) $3^x = 9$ c) $e^x(e^x - 5) = 0$	a) _____                      b) _____ c) _____
--	--

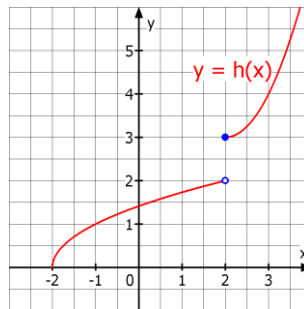
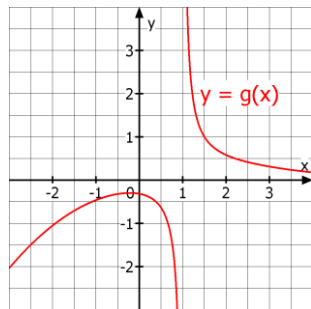
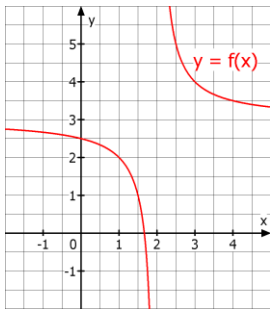
<b>9</b> Sind die folgenden Schritte zur Lösung der Gleichung $e^{2x} - 10e^x + 9 = 0$ richtig? 1. Mit $z = e^x$ erhält man $z^2 - 10z + 9 = 0$ 2. Lösungen sind $z_1 = 9$ und $z_2 = 1$ . 3. Aus $e^x = 9$ und $e^x = 1$ erhält man als Lösungen der Gleichung $x_1 = \ln(9)$ oder $x_2 = 1$ .	Der Schritt ist <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">richtig</td> <td style="text-align: center;">falsch</td> </tr> <tr> <td>1.</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>2.</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>3.</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> </table>		richtig	falsch	1.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	2.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	3.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	richtig	falsch											
1.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>											
2.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>											
3.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>											

Name: \_\_\_\_\_

Klasse: \_\_\_\_\_

r/f  
/n

1 Ordnen Sie den Funktionen ihre Polstelle zu:



Polstelle von

	f	g	h
x = 3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
y = 2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
x = 2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
x = 1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
y = 0	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
x = -2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
keine	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

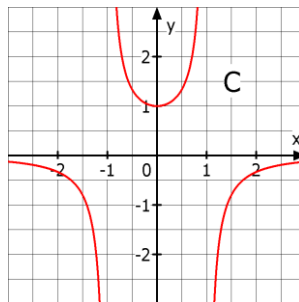
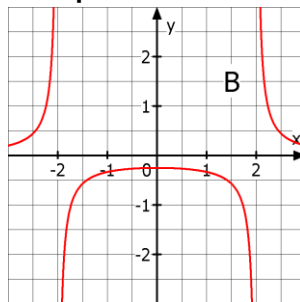
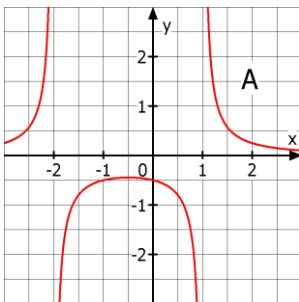
2 Welche Aussagen zur Funktion f sind wahr, welche falsch?

- a) Hat f eine Polstelle an der Stelle 3, so hat der Graph von f eine senkrechte Asymptote mit der Gleichung  $x = 3$ .
- b) Hat f eine Polstelle bei  $x_0$ , so gilt  $f(x_0) = \infty$ .
- c) Hat f eine Polstelle bei  $x_0$ , so ist f an der Stelle  $x_0$  nicht definiert.
- d) Hat f die Definitionslücke  $x_0$ , so hat f an dieser Stelle eine Polstelle.

Wahr Falsch

- a)
- b)
- c)
- d)

3 Ordnen Sie den Graphen die Funktionsterme zu:



- \_\_\_\_\_  $\frac{1}{1-x^2}$
- \_\_\_\_\_  $\frac{1}{(x-1)(x+2)}$
- \_\_\_\_\_  $\frac{1}{x^2-1}$
- \_\_\_\_\_  $\frac{1}{x^2-4}$

4 Gegeben sind die Funktionen f, g und h mit  $f(x) = \frac{7}{x-5}$ ,  $g(x) = \frac{e^x}{(x+3)^2}$  und  $h(x) = \frac{1}{x^2-4}$ .

Geben Sie, wenn vorhanden, die Gleichungen der senkrechten Asymptoten der Graphen an.

zu f: \_\_\_\_\_

zu g: \_\_\_\_\_

zu h: \_\_\_\_\_

5 Ordnen Sie eine passende Funktion zu:

a)  $x = 2$  ist Nullstelle und  $x = -1$  ist Polstelle der Funktion.

b) Der Graph der Funktion hat senkrechte Asymptoten für  $x = -2$  und  $x = 1$ .

\_\_\_\_\_  $f(x) = \frac{(x-2)}{(x+1)^2}$

\_\_\_\_\_  $g(x) = \frac{(x+1)}{(x-2)}$

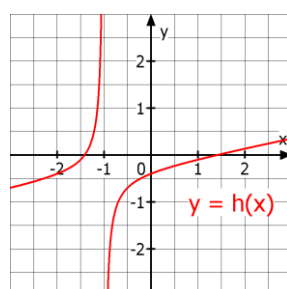
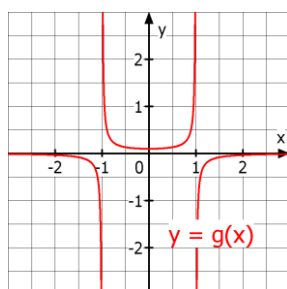
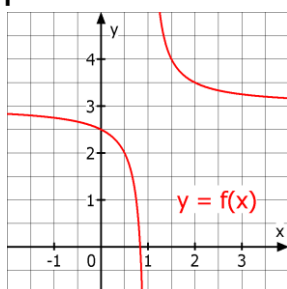
\_\_\_\_\_  $h(x) = \frac{(x^2+1)}{(x+2)(x+1)}$

\_\_\_\_\_  $m(x) = \frac{(x+1)}{(x+2)(x-1)}$

Name: \_\_\_\_\_ Klasse: \_\_\_\_\_

r/f  
/n

1 Welche waagrechte Asymptote gehört zum Graphen welcher Funktion?



	Graph von		
	f	g	h
x = 3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
y = 1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
x = 1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
y = 3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
y = 0	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
x = -1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
keine	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

2  $f$  ist eine Funktion und für  $x \rightarrow \infty$  gelte  $f(x) \rightarrow 2$  aber  $f(x) \neq 2$ . Entscheiden Sie.

- a) Der Graph von  $f$  hat die waagrechte Asymptote mit der Gleichung  $y = 2$ .
- b) Der Graph von  $f$  hat die senkrechte Asymptote mit der Gleichung  $y = 2$ .
- c) Geht man auf der  $x$ -Achse immer weiter nach rechts, so nähern sich die Funktionswerte immer mehr der 2 an.
- d) Es gilt dann  $f(100) = 2$ .

	Wahr	Falsch
a)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

3 Gesucht sind die Funktionen, deren Graph die waagrechte Asymptote  $y = 2$  besitzt.

- a)  $f(x) = 2x^2 + 5$
- b)  $f(x) = \frac{2x+3}{x^2-1}$
- c)  $f(x) = \frac{x^2+1}{2x^2}$
- d)  $f(x) = 2 + \frac{1}{x^2}$
- e)  $f(x) = \frac{2x+1}{x-3}$
- f)  $f(x) = \frac{4x^2-5}{2x^2-4}$

Graph hat $y = 2$ als waagrechte Asymptote	
a)	<input type="checkbox"/>
b)	<input type="checkbox"/>
c)	<input type="checkbox"/>
d)	<input type="checkbox"/>
e)	<input type="checkbox"/>
f)	<input type="checkbox"/>

4 Geben Sie, wenn vorhanden, die Gleichung der waagrechten Asymptoten an.

- a)  $f(x) = \frac{x^2+4x}{x^3+6}$
- b)  $g(x) = \frac{x^2+2x}{x^2+3}$
- c)  $h(x) = \frac{6x^2+3x}{3x^2-1}$
- d)  $m(x) = \frac{2x^3}{x+1}$

a)	_____
b)	_____
c)	_____
d)	_____

5 Für  $x \rightarrow \infty$  gilt: „ $e^x$  dominiert  $x^n$ .“ Welche Aussage ist dann richtig?

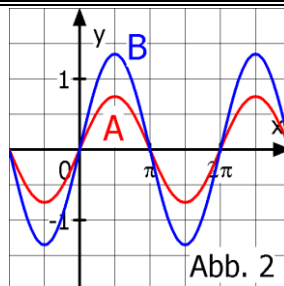
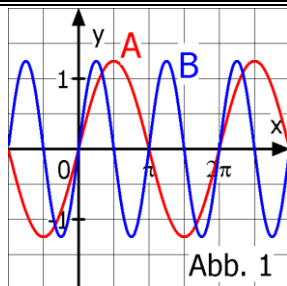
- a) Für  $x \rightarrow \infty$  gilt dann  $e^x \cdot x^2 \rightarrow \infty$ .
- b) Es existiert eine Zahl  $k > 0$  mit  $e^k > k^2$ .
- c) Für  $x \rightarrow \infty$  gilt dann  $\frac{x^3}{e^x} \rightarrow \infty$

	Richtig	Falsch
a)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Name: \_\_\_\_\_ Klasse: \_\_\_\_\_

r/f  
/n

1 Was wurde vom Graphen A zum Graphen B verändert? Ordnen Sie jeder Abbildung die passende Aussage zu.



- Die Periode wurde halbiert.
- Die Periode wurde verdoppelt.
- Die Amplitude wurde halbiert.
- Die Amplitude wurde verdoppelt.

2 Gegeben sind die Funktionen  $f$  und  $g$  mit  $f(x) = -\sin(3(x + \frac{\pi}{2}))$  und  $g(x) = \sin(\frac{\pi}{4}(x - 3))$ . Welche Aussage trifft zu?

a) Für die Amplitude  $a$  gilt:  $|a| = 1$ .

b) Die Periode ist  $p = 8$ .

c) Graph ist gegenüber dem Graphen von  $\sin(x)$  um 3 in die positive  $x$ -Richtung verschoben.

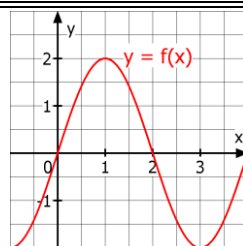
d) Graph ist gegenüber dem Graphen von  $\sin(x)$  um  $\frac{\pi}{2}$  in die negative  $x$ -Richtung verschoben.

Die Aussage trifft zu für den Graphen von

	f	g
a)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

3 Ermitteln Sie anhand der Tabelle und dem Graphen die Amplitude, Periode und Gleichung von  $f$ .

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5
f(x)	0	1,41	2	1,41	0	-1,41	-2	-1,41



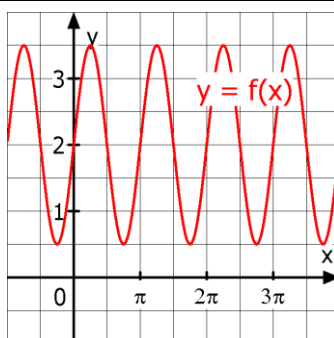
Amplitude = \_\_\_\_

Periode = \_\_\_\_

$f(x) = \_ \cdot \sin(\_ \cdot x)$

4 Welche der Funktionsgleichungen passen zu dem Graphen? Füllen Sie die Tabelle aus (Werte auf 2 Dezimalen gerundet):

x	-0,5	0	1	4	6
f(x)					



$f(x) =$

- $1,5\sin(\frac{1}{2}x) + 2$
- $1,5\cos(2(x - \frac{\pi}{4})) + 2$
- $1,5\sin(2(x - \pi)) + 2$
- $1,5\sin(2x) + 2$
- $1,5\cos(2(x + \frac{\pi}{4})) + 2$

5 Gegeben ist die Funktion  $f$  mit  $f(x) = 3\sin(\pi x)$ . Geben Sie alle Nullstellen (NS) und Extremstellen (ES) im Intervall  $0 < x \leq 3$  an.

NS: \_\_\_\_\_

ES: \_\_\_\_\_

6 Geben Sie die Ableitung an:

a)  $f(x) = 5 \cdot \sin(3x) - \cos(x)$

b)  $g(x) = 2 \cdot \sin(8(x + 3))$

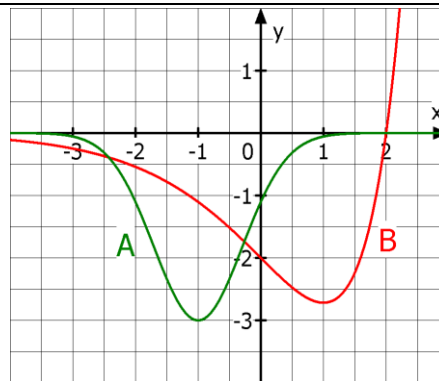
$f'(x) =$

$g'(x) =$

Name: \_\_\_\_\_ Klasse: \_\_\_\_\_

r/f  
/n

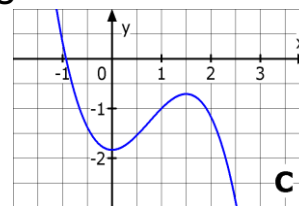
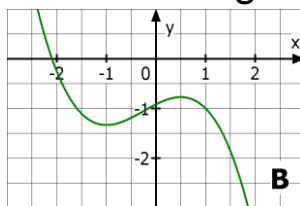
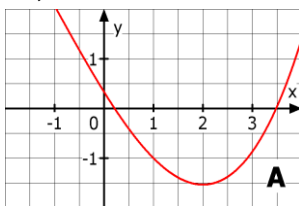
- 1 Treffen die folgenden Eigenschaften auf die Graphen A und B zu?
- a) Der Graph hat einen Tiefpunkt.
  - b) Die Steigung ist immer negativ.
  - c) Die x-Achse ist Asymptote für  $x \rightarrow \pm\infty$ .
  - d) Für  $x < 1$  ist die Steigung negativ.
  - e) Der Graph besitzt zwei Wendepunkte.
  - f) Der Graph verläuft nie oberhalb der x-Achse.



Die Eigenschaft **trifft zu** für

	Graph A	Graph B
a)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
e)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
f)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

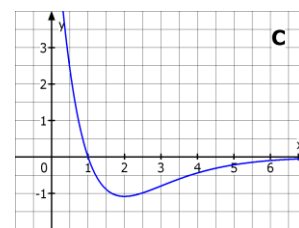
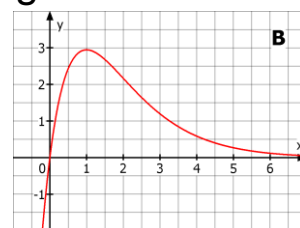
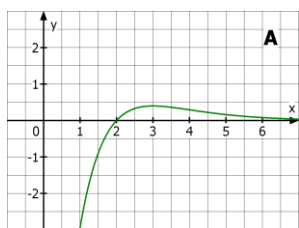
- 2 Für eine Funktion  $f$  soll gelten:  $f(1) = -1$ ,  $f'(1) = -1$  und  $f''(1) < 0$ . Welcher der Graphen A, B oder C erfüllt alle Bedingungen?



Der gesuchte Graph ist

- A
- B
- C

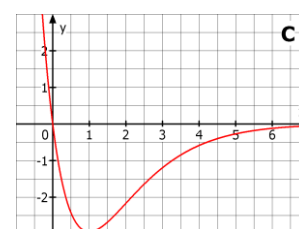
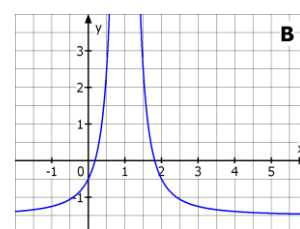
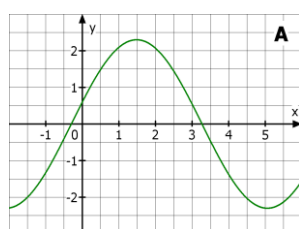
- 3 Die drei Abbildungen zeigen die Graphen einer Funktion  $f$  und ihre Ableitungen  $f'$  und  $f''$ . Ordnen Sie richtig zu.



Graph von

- $f$  \_\_\_\_\_
- $f'$  \_\_\_\_\_
- $f''$  \_\_\_\_\_

- 4 Die Abbildungen gehören je zu einer gebrochenrationalen Funktion, zu einer Exponentialfunktion und zu einer trigonometrischen Funktion. Ordnen Sie richtig zu.



Graph einer

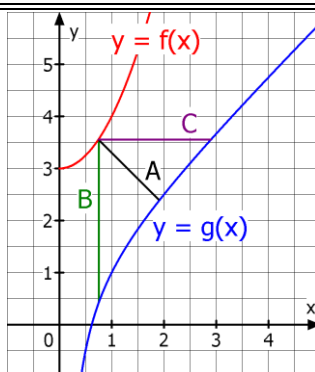
- \_\_\_\_\_ gebrochenrationalen Funktion
- \_\_\_\_\_ Exponentialfunktion
- \_\_\_\_\_ trigonometrischen Funktion

Name: \_\_\_\_\_ Klasse: \_\_\_\_\_

r/f  
/n

1 Gegeben sind für  $x > 0$  die Funktionen  $f$  mit  $f(x) = x^2 + 3$  und  $g$  mit  $g(x) = \frac{x^2+x-1}{x}$ .

a) Zeigt A, B oder C den Abstand der Graphen für  $x=0,75$ ?  
 b) Berechnen Sie die Stelle des minimalen Abstand der Graphen.



- a) Richtig ist:  
 A   
 B   
 C

b) Stelle:  $x = \underline{\hspace{2cm}}$

2 Die zweimal differenzierbare Funktion  $f$  stellt den Gewinn eines Unternehmens im Laufe eines Jahres dar ( $x$  in Monaten,  $f(x)$  in Mio. €). Ordnen Sie den Textbeispielen den passenden mathematischen Ausdruck zu.

A: Der Monat mit dem höchsten Gewinn  
 B: Der größte erzielte Gewinn im Jahr  
 C: Der Gewinn im Monat März  
 D: Ein Gewinnzuwachs von 3 Mio. €

Ordnen Sie zu:

- \_\_\_  $f(3)$   
 \_\_\_ Funktionswert des Hochpunkts  
 \_\_\_  $f'(x) = 3$   
 \_\_\_  $x$ -Wert des Hochpunkts

3 Lea will mit einer Schnur der Länge  $U = 3,58 \text{ m}$  ein Rechteck mit den Seitenlängen  $x$  und  $y$  (in m) mit einem möglichst großen Flächeninhalt  $A$  abstecken.

a) Welcher Ansatz passt zu dieser Aufgabe?

$U(x)=3,58$  gesucht: Maximum von  $U = 2x+2y$

$U(x)=2x+y$  gesucht: Maximum von  $A = x \cdot y$

$3,58=2x+2y$  gesucht: Maximum von  $U = 2x+2y$

$3,58=2x+2y$  gesucht: Maximum von  $A = x \cdot y$

b) Welche Funktion beschreibt das Problem?

A:  $f(x) = (3,58 - 2x) : 2x$     B:  $f(x) = 3,58x - 2x^2$

C:  $f(x) = 1,79x - x^2$         D:  $f(x) = 1,79x - 2x^2$

a) Richtig ist der Ansatz:

- 

b)

- A             B   
 C             D

4 Der Umsatz eines Pizzaservice lässt sich für die letzten 20 Tage beschreiben durch  $U$  mit  $U(t) = 0,1t^3 - 2,3t^2 + 300$  ( $t$  in Tagen,  $U(t)$  in €).

a) An welchem Tag war der Umsatz am geringsten?

b) An welchem Tag war der Umsatzrückgang am größten?

Richtig ist:

- a)  am 1. Tag  
 am 15. Tag  
 am 16. Tag  
 b)  am 7. Tag  
 am 8. Tag  
 am 15. Tag

Name: _____ Klasse: _____	r/f /n
---------------------------	-----------

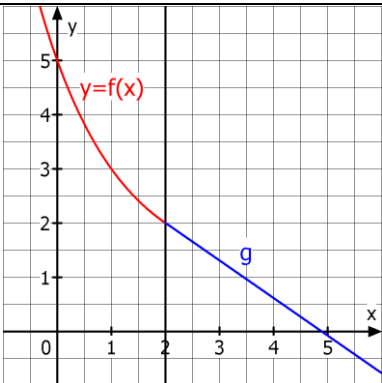
<b>1</b> Ist die Funktion $f$ differenzierbar und $P(u   f(u))$ ein Punkt des Graphen von $f$ , so lautet die Gleichung der Tangente an den Graphen von $f$ in $P$ : a) $y = f'(u) \cdot x - u + f(u)$ b) $y = f(u) \cdot (x - u) + f'(u)$ c) $y = f'(u) \cdot (x - u) + f(u)$	Richtig ist: a) <input type="checkbox"/> b) <input type="checkbox"/> c) <input type="checkbox"/>
---	---

<b>2</b> Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen über Tangenten wahr oder falsch sind. a) Die Gleichung einer Tangente kann man immer in der Form $y = m \cdot x$ schreiben. b) Jede Tangente schneidet die x-Achse. c) Die Tangente in einem Punkt $(x_0   f(x_0))$ schneidet nie den Graphen der Funktion $f$ .	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">Wahr</td> <td style="text-align: center;">Falsch</td> </tr> <tr> <td>a)</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>b)</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>c)</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> </table>		Wahr	Falsch	a)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	b)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	c)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	Wahr	Falsch											
a)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>											
b)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>											
c)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>											

<b>3</b> Geben Sie die Gleichung der Tangente an den Graphen von $f$ an der Stelle $x_1$ an. a) $f(x) = 0,5x^2$ mit $x_1 = 1$ b) $g(x) = \sin(x)$ mit $x_1 = \pi$ c) $h(x) = e^{2x}$ mit $x_1 = 0$	Tangenten: a) $y = \_\_\_ x + \_\_\_\_\_\_$ b) $y = \_\_\_ x + \_\_\_\_\_\_$ c) $y = \_\_\_ x + \_\_\_\_\_\_$
---	--

<b>4</b> Gegeben ist die Funktion $f(x) = 4 - 0,5x^2$ . a) Bestimmen Sie die Gleichung der Tangente an der Stelle $x = 1,5$ . b) Bestimmen Sie den Schnittpunkt $S$ der Tangenten mit der x-Achse (auf drei Dezimalen gerundet).	a) $y = \_\_\_ x + \_\_\_\_\_\_$ b) $S ( \_\_\_   \_\_\_ )$
--	--

<b>5</b> Die Gleichung der Tangente an den Graphen einer Funktion $f$ im Punkt $P$ lautet $y = 3x + 4$ . Entscheiden Sie, welches die zugehörige Normalengleichung im Punkt $P$ sein könnte.	<input type="checkbox"/> $y = -3x + 4$ <input type="checkbox"/> $y = \frac{1}{3}x - 2$ <input type="checkbox"/> $y = -\frac{1}{3}x + 2$
--	---

<b>6</b> Das Schaubild zeigt für $x \leq 2$ den Graphen der Funktion $f$ mit $f(x) = 0,5x^{-2} + 1$ . Welche Gleichung gehört dann zu der Geraden $g$ ?		<input type="checkbox"/> $g(x) = -2,86x + 7,3$ <input type="checkbox"/> $g(x) = -2,86x + 2,54$ <input type="checkbox"/> $g(x) = -0,693x + 3,39$
---	--	---

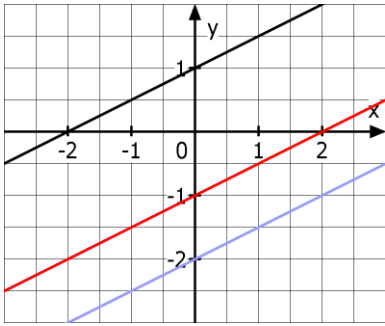


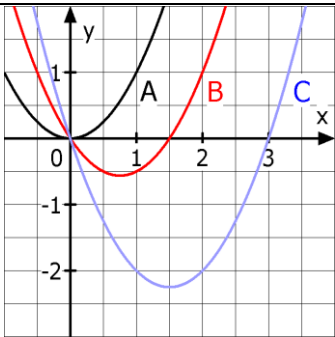
Name: \_\_\_\_\_ Klasse: \_\_\_\_\_

r/f  
/n

<b>1</b>	Sind die Aussagen zu einer Funktionenschar $f_t$ richtig oder falsch: a) Zu jedem Wert des Parameters $t$ gehört eine eigene Funktion mit einem eigenen Graphen. b) Es gilt immer $f_t(x) = f_x(t)$ für alle $x$ und $t$ . c) Beim Ableiten von $f_t(x)$ wird $t$ wie eine Konstante behandelt.	Richtig	Falsch
		a) <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
		b) <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
		c) <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

<b>2</b>	Welche der Funktionen gehört zur Funktionenschar $f_t$ mit $f_t(x) = t - e^{-tx}$ ( $t \geq 0, x \in \mathbb{R}$ )? a) $g(x) = 1 - e^{-x}$ b) $h(x) = e^{-x}$ c) $m(x) = 2 - \frac{1}{e^{2x}}$ d) $n(x) = -2 - e^{2x}$ e) $p(x) = 2 - e^{2x}$		Ja	Nein
		a) <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
		b) <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
		c) <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
		d) <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
		e) <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

<b>3</b>	Die Graphen $f_{-1}, f_1$ und $f_2$ gehören zu einer Funktionenschar $f_t$ . Wie lautet ein Term für $f_t(x)$ ? a) $f_t(x) = 0,5tx + 1$ b) $f_t(x) = 0,5tx + t$ c) $f_t(x) = 0,5x + t$ d) $f_t(x) = 0,5x - t$		Die richtige Schargleichung ist: a) <input type="checkbox"/> b) <input type="checkbox"/> c) <input type="checkbox"/> d) <input type="checkbox"/>
----------	---	---	--

<b>4</b>	Die Graphen A, B und C gehören zu der Funktionenschar $f_t$ mit $f_t(x) = x^2 - tx$ mit $t \geq 0$ und $x \in \mathbb{R}$ . Geben Sie zu jedem Graphen den zugehörigen Wert von $t$ an.		A $t =$ _____
			B $t =$ _____
			C $t =$ _____

<b>5</b>	Die Graphen einer Funktionenschar a) verlaufen immer parallel zueinander. b) können einen gemeinsamen Punkt besitzen. c) haben für $x = 0$ alle die selbe Steigung.	Richtig	Falsch
		a) <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
		b) <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
		c) <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

<b>6</b>	Ordnen Sie den gegebenen Funktionenscharen $f_t$ die richtige Ableitungsfunktion zu: A $f_t(x) = 4x^2 - e^{tx}$ B $f_t(x) = 4tx^2 - e^x$	_____	$f'_t(x) = 8x - e^{tx}$
		_____	$f'_t(x) = 8x - te^{tx}$
		_____	$f'_t(x) = 8tx - e^x$
		_____	$f'_t(x) = 8x - e^x$

Name: \_\_\_\_\_ Klasse: \_\_\_\_\_

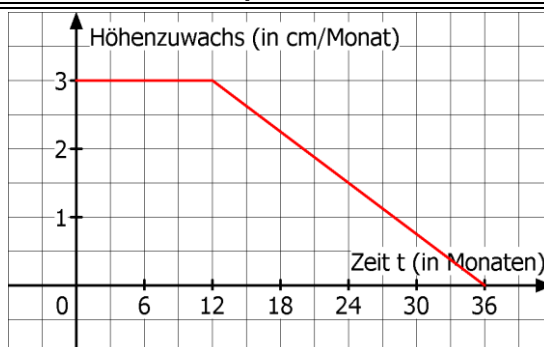
r/f  
/n

**1** Durch eine Pipeline fließt Öl. Dabei wird die momentane Durchflussrate gemessen. Diese misst, welche Menge an Öl ...  
 a) .. insgesamt an einem ganzen Tag durch die Pipeline strömt.  
 b) .. durch die Pipeline strömt.  
 c) .. pro Zeiteinheit durch die Pipeline strömt.  
 d) .. im Durchschnitt durch die Pipeline strömt.

Richtig ist:

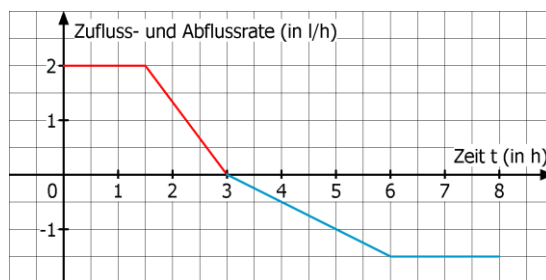
- a)
- b)
- c)
- d)

**2** Eine Pflanze wächst nach dem Einpflanzen in die Höhe.  
 a) Wie viel cm wächst sie im 6. Monat?  
 b) Um wie viel wächst sie innerhalb der ersten 12 Monate?  
 c) Um wie viel in den folgenden zwei Jahren?  
 d) Wie hoch ist sie nach drei Jahren, wenn sie beim Einpflanzen 10 cm hoch war?



- a) \_\_\_\_\_ cm
- b) \_\_\_\_\_ cm
- c) \_\_\_\_\_ cm
- d) \_\_\_\_\_ cm

**3** Der Graph zeigt die Zu- bzw. Abflussrate in einen Gartenteich für einen Zeitraum von 8 Stunden.  
 a) Welche Wassermenge fließt in diesem Zeitraum zu?  
 b) Welche Menge fließt ab?  
 c) Wie groß ist die Gesamtänderung der Wassermenge im Gartenteich?



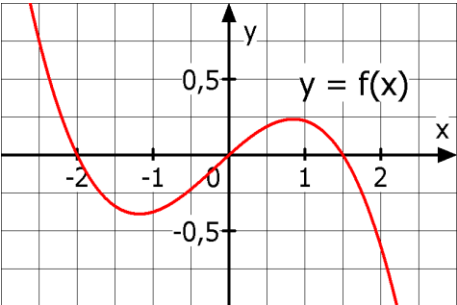
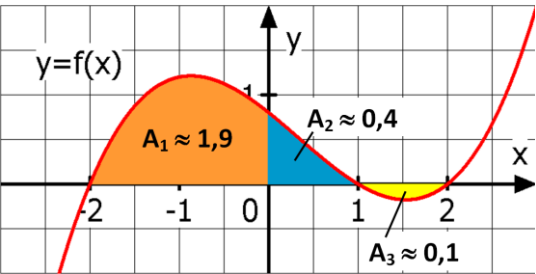
Kreuzen Sie an:

- a)  6 l
- 4,5 l
- 5,25 l
- b)  7,5 l
- 4,5 l
- 5,25 l
- c) Zufluss von \_\_\_\_\_ l  
oder  
Abfluss von \_\_\_\_\_ l

**4** Für die Gesamtänderung einer Größe ...  
 a) .. zählt man Flächeninhalte unterhalb der x-Achse negativ.  
 b) .. addiert man alle Flächeninhalte.  
 c) .. benötigt man den Ausgangswert der Größe nicht.

Richtig Falsch

- a)
- b)
- c)

WADI Kursstufe C39		Stammfunktion, Integral																
Name: _____ Klasse: _____		r/f /n																
1	<p>Ist die Stammfunktion F zu f richtig berechnet?</p> <p>a) <math>f(x) = 0,2 \cdot x^3</math>, <math>F(x) = 0,05 \cdot x^4 + 6</math></p> <p>b) <math>f(x) = \frac{3}{x} + \frac{4}{x^2}</math>, <math>F(x) = 3 \cdot \ln x  - \frac{4}{x}</math></p> <p>c) <math>f(x) = e^{2x}</math>, <math>F(x) = e^{2x}</math></p> <p>d) <math>f(x) = 3\sin(2x)</math>, <math>F(x) = -1,5\cos(2x)</math></p>	<p>F(x) richtig?</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">Ja</td> <td style="text-align: center;">Nein</td> </tr> <tr> <td>a)</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>b)</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>c)</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>d)</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> </table>			Ja	Nein	a)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	b)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	c)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	d)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	Ja	Nein																
a)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																
b)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																
c)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																
d)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																
2	<p>Sei f eine auf I = (a;b) differenzierbare Funktion.</p> <p>a) Die Funktion f hat genau eine Ableitung, aber viele Stammfunktionen F.</p> <p>b) Sind F und G Stammfunktionen zu f, so ist auch die Summe F+G eine Stammfunktion zu f.</p> <p>c) Ist F Stammfunktion zu f, so gilt <math>f'(x) = F(x)</math>.</p> <p>d) Stammfunktionen von f unterscheiden sich nur durch eine Konstante.</p>	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">Richtig</td> <td style="text-align: center;">Falsch</td> </tr> <tr> <td>a)</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>b)</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>c)</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>d)</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> </table>			Richtig	Falsch	a)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	b)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	c)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	d)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	Richtig	Falsch																
a)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																
b)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																
c)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																
d)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																
3	<p>Gegeben ist die Funktion f mit <math>f(x) = 3x^2 - 4x</math>. Der Graph welcher Stammfunktion F zu f verläuft durch den Punkt P(1   4)?</p>	<input type="checkbox"/> $F(x) = x^3 - 2x^2 + 4$ <input type="checkbox"/> $F(x) = x^3 - 2x^2 + 5$ <input type="checkbox"/> keine ist richtig																
4	<p>F sei eine Stammfunktion zu dem dargestellten Graphen der Funktion f. Welche der Aussagen über die Stammfunktion F sind wahr, welche falsch?</p> <p>a) F hat bei <math>x = -2</math> ein lokales Maximum.</p> <p>b) F hat für <math>-2 \leq x \leq 2</math> genau zwei Wendestellen.</p> <p>c) Es gilt immer <math>F(0) = F(1,5)</math>.</p>	 <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">Wahr</td> <td style="text-align: center;">Falsch</td> </tr> <tr> <td>a)</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>b)</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>c)</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> </table>			Wahr	Falsch	a)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	b)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	c)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>			
	Wahr	Falsch																
a)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																
b)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																
c)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																
5	<p>Bestimmen Sie das Integral mithilfe der Flächeninhalte.</p> <p>a) <math>\int_{-2}^0 f(x) dx</math></p> <p>b) <math>\int_{-2}^1 f(x) dx</math></p> <p>c) <math>\int_0^2 f(x) dx</math></p> <p>d) <math>\int_{-2}^2 f(x) dx</math></p>	 <p>a) _____</p> <p>b) _____</p> <p>c) _____</p> <p>d) _____</p>																
6	<p>Berechnen Sie:</p> <p>a) <math>\int_0^3 x^2 dx</math>    b) <math>\int_{-1}^3 3x^2 dx</math>    c) <math>\int_{-2}^{-1} (-2x) dx</math></p>	<p>a) _____    b) _____</p> <p>c) _____</p>																

Name: \_\_\_\_\_ Klasse: \_\_\_\_\_

r/f  
/n

<p><b>1</b> Entscheiden Sie, ob jeweils eine Integralfunktion zu <math>f</math> mit <math>f(x) = x - 1</math> vorliegt.</p> <p>a) <math>\int_2^x f(t)dt</math>                      b) <math>\int_2^5 f(t)dt</math></p> <p>c) <math>\frac{1}{2}x^2 - x - 4</math>                      d) <math>\int_0^t f(t)dt</math></p>	<p>Integralfunktion</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">Ja</td> <td style="text-align: center;">Nein</td> </tr> <tr> <td>a)</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>b)</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>c)</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>d)</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> </table>		Ja	Nein	a)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	b)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	c)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	d)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	Ja	Nein														
a)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>														
b)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>														
c)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>														
d)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>														

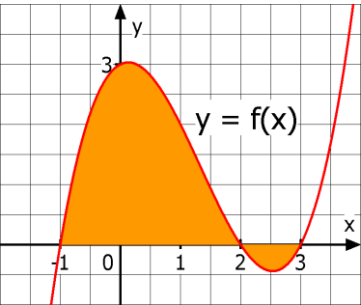
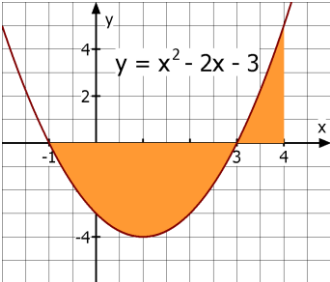
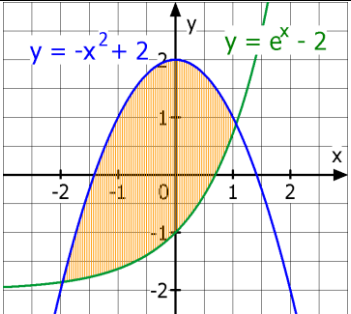
<p><b>2</b> Sind die Aussagen zu Integralfunktionen <math>I</math> von <math>f</math> wahr oder falsch?</p> <p>a) <math>I_{-1}(x) &gt; 0</math> für <math>-1 &lt; x \leq 3</math>.</p> <p>b) <math>I_3(x) &lt; 0</math> für <math>x &gt; 3</math>.</p> <p>c) <math>I_{2,5}(4) &gt; 0</math></p> <p>d) <math>I_3(3) = 0</math> und <math>I_2(2) \neq 0</math></p>		<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">Wahr</td> <td style="text-align: center;">Falsch</td> </tr> <tr> <td>a)</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>b)</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>c)</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>d)</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> </table>		Wahr	Falsch	a)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	b)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	c)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	d)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	Wahr	Falsch															
a)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>															
b)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>															
c)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>															
d)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>															

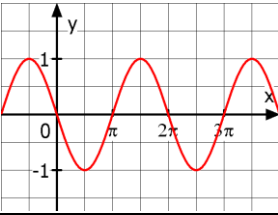
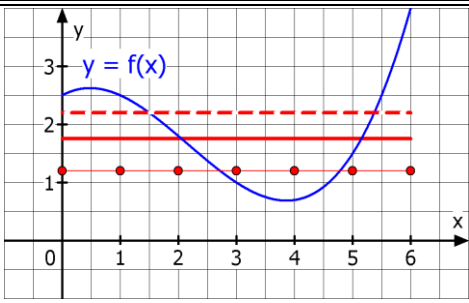



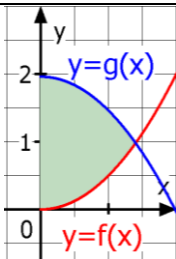
<p><b>3</b> Wie lautet die Integralfunktion <math>I_a</math> zur Funktion <math>f</math>?</p> <p>a) <math>f(x) = x - 2</math> ; <math>a = 0</math>                      b) <math>f(x) = x^2 + 3</math> ; <math>a = -1</math></p>	<p>a) <math>I_0(x) = \underline{\hspace{2cm}}</math></p> <p>b) <math>I_{-1}(x) = \underline{\hspace{2cm}}</math></p>
--	--

<p><b>4</b> Welcher GTR Befehl stellt die Integralfunktion <math>I_1</math> zur Funktion <math>f</math> mit <math>f(x) = x^2</math> dar?</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 45%;"> <pre>Plot1 Plot2 Plot3 \Y1=fnInt(X^2, 1, X )</pre> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 45%;"> <pre>Plot1 Plot2 Plot3 \Y1=fnInt(X^2, X, X , 1)</pre> </div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 10px;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 45%;"> <pre>Plot1 Plot2 Plot3 \Y1=fnInt(X^2, X, 1 , X)</pre> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 45%;"> <pre>Plot1 Plot2 Plot3 \Y1=fnInt(X, X^2, 1 , X)</pre> </div> </div>	<p>Kreuzen Sie das Feld mit dem richtigen Befehl an:</p> <table style="width: 100%; height: 40px; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 50%; border: 1px solid black;"></td> <td style="width: 50%; border: 1px solid black;"></td> </tr> <tr> <td style="width: 50%; border: 1px solid black;"></td> <td style="width: 50%; border: 1px solid black;"></td> </tr> </table>				

<p><b>5</b> Den Graphen einer Funktion <math>f</math> zeigt Abb. 1. In Abb. 2 sind Stammfunktionen von <math>f</math> dargestellt. Ist eine davon die Integralfunktion <math>I_{-2}</math> ?</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>Abb. 1</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>Abb. 2</p> </div> </div>	<p>A            <input type="checkbox"/></p> <p>B            <input type="checkbox"/></p> <p>C            <input type="checkbox"/></p> <p>keine       <input type="checkbox"/></p>
---	--

<p><b>6</b> a) Integralfunktionen enthalten immer Integralzeichen.</p> <p>b) Integralfunktionen sind spezielle Stammfunktionen.</p> <p>c) Die Funktionswerte einer Integralfunktion erhält man mithilfe der orientierten Flächeninhalte.</p>	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">Richtig</td> <td style="text-align: center;">Falsch</td> </tr> <tr> <td>a)</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>b)</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>c)</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> </table>		Richtig	Falsch	a)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	b)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	c)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	Richtig	Falsch											
a)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>											
b)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>											
c)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>											

WADI Kursstufe C41		Flächen	
Name: _____ Klasse: _____		r/f /n	
1	<p>Welcher Term berechnet den Inhalt der gefärbten Fläche?</p> <p>a) <math>\int_{-1}^3 f(x) dx</math></p> <p>b) <math>\int_{-1}^2 f(x) dx + \int_2^3 (-f(x)) dx</math></p> <p>c) <math>\int_{-1}^2 f(x) dx - \int_2^3 f(x) dx</math></p> <p>d) <math> \int_{-1}^3 f(x) dx </math></p>		<p>a) <input type="checkbox"/></p> <p>b) <input type="checkbox"/></p> <p>c) <input type="checkbox"/></p> <p>d) <input type="checkbox"/></p>
2	<p>Berechnen Sie den Inhalt A der gefärbten Fläche. Die für die Berechnung notwendigen Grenzen sollen abgelesen werden.</p>		<p>A = _____</p>
3	<p>Berechnen Sie den Flächeninhalt A, den der Graph der Funktion f mit <math>f(x) = x^3 - 3x</math> im Intervall <math>[-2 ; 3]</math> mit der x-Achse einschließt.</p>	<p>A = _____</p>	
4	<p>Die Funktion schließt mit der x-Achse eine Fläche ein. Berechnen Sie den Inhalt A der Fläche.</p> <p>a) <math>f(x) = -x^2 + 9</math></p> <p>b) <math>f(x) = x \cdot (x + 4) \cdot (x - 2)</math></p>	<p>a) A = _____</p> <p>b) A = _____</p>	
5	<p>a) Berechnen Sie die Schnittstellen der beiden Graphen näherungsweise.</p> <p>b) Berechnen Sie den Inhalt A der gefärbten Fläche. Geben Sie das Ergebnis auf 2 Dezimalen gerundet an.</p>		<p>a) Schnittstellen</p> <p><math>x_1 = \underline{\hspace{2cm}}</math></p> <p><math>x_2 = \underline{\hspace{2cm}}</math></p> <p>b) A = _____</p>
6	<p>Gegeben ist <math>\int_a^b (f(x) - g(x)) dx</math> mit <math>I = [a; b]</math>.</p> <p>a) Das Integral berechnet immer den Inhalt der Fläche zwischen den Graphen von f und g.</p> <p>b) Das Integral berechnet den Inhalt der Fläche zwischen den Graphen von f und g, wenn <math>f(x) \geq g(x)</math> für alle <math>x \in I</math>.</p>	<p style="text-align: center;">Wahr      Falsch</p> <p>a) <input type="checkbox"/>      <input type="checkbox"/></p> <p>b) <input type="checkbox"/>      <input type="checkbox"/></p>	
7	<p>Berechnen Sie für <math>z \rightarrow \infty</math>.</p> <p>a) <math>\int_1^z \frac{1}{x^2} dx</math>      b) <math>\int_0^z 2e^{-x} dx</math></p>	<p>a) _____</p> <p>b) _____</p>	

WADI Kursstufe C42		Mittelwerte und Rotationskörper															
Name: _____ Klasse: _____		r/f /n															
1	<p>Geben Sie den Mittelwert <math>\bar{m}</math> für <math>f</math> mit <math>f(x) = -\sin(x)</math> auf dem Intervall</p> <p>a) <math>[0 ; 2\pi]</math>      b) <math>[0 ; 3\pi]</math> an.</p>		<p>a) <math>\bar{m} = \underline{\hspace{2cm}}</math></p> <p>b) <math>\bar{m} = \underline{\hspace{2cm}}</math></p>														
2	<p>Welche der eingezeichneten Strecken veranschaulicht den Mittelwert der Funktion <math>f</math> auf dem Intervall <math>[0 ; 6]</math> ?</p>		<p>Die</p> <p><input type="checkbox"/> gestrichelte</p> <p><input type="checkbox"/> durchgezogene</p> <p><input type="checkbox"/> gepunktete</p> <p>Strecke.</p>														
3	<p>Man berechnet den Mittelwert <math>\bar{m}</math> einer stetigen Funktion <math>f</math> auf dem Intervall <math>[1 ; 5]</math> durch</p> <p>a) <math>\bar{m} = \frac{1}{5} (f(1) + f(2) + f(3) + f(4) + f(5))</math></p> <p>b) <math>\bar{m} = \frac{1}{4} \cdot \int_1^5 f(x) dx</math>      c) <math>\bar{m} = \frac{1}{5} \cdot \int_1^5 f(x) dx</math></p> <p>d) <math>\bar{m} = \int_1^5 (\frac{1}{4} \cdot f(x)) dx</math></p>	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 50%;"></th> <th style="width: 25%; text-align: center;">Richtig</th> <th style="width: 25%; text-align: center;">Falsch</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>a) <input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>b) <input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>c) <input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>d) <input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> </tbody> </table>		Richtig	Falsch	a) <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	b) <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	c) <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	d) <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	Richtig	Falsch															
a) <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>															
b) <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>															
c) <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>															
d) <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>															
4	<p> Die Herstellungskosten <math>K</math> eines Hutes werden durch <math>K(x) = \frac{x+5}{x+1}</math> modelliert. <math>K(x)</math> sind die Kosten in € für den <math>x</math>-ten Hut. Berechnen Sie die mittleren Kosten für die ersten 5 Hüte mit</p> <p>a) den Kosten <math>K(1), K(2), \dots, K(5)</math></p> <p>b) einem geeigneten Integral.</p> <p>c) Welches Ergebnis ist die exakte Lösung?</p>	<p>a) _____ €</p> <p>b) _____ €</p> <p>c) Exakte Lösung:</p> <p><input type="checkbox"/> a)</p> <p><input type="checkbox"/> b)</p>															
5	<p>Der Graph der Funktion <math>f</math> rotiert in <math>I = [a ; b]</math> um die <math>x</math>-Achse. Welcher Drehkörper entsteht?</p> <p>a) <math>f(x) = 2 ; I=[0 ; 3]</math>      b) <math>f(x) = -2x+4 ; I=[0;2]</math></p>	<p>___ Kugel</p> <p>___ Kegel</p> <p>___ Zylinder</p>															
6	<p> Der Graph von <math>f</math> mit <math>f(x) = x \cdot \sqrt{6-x}</math> begrenzt mit der <math>x</math>-Achse eine Fläche, die um die <math>x</math>-Achse rotiert. Welches Volumen hat der Drehkörper?</p>	<p><math>V =</math></p> <p>108 <input type="checkbox"/>      23,52 <input type="checkbox"/></p> <p>339,29 <input type="checkbox"/>      34,38 <input type="checkbox"/></p>															
7	<p> Rotiert die gefärbte Fläche um die <math>x</math>-Achse, so entsteht ein Rotationskörper. Welches Volumen erhält man für <math>f</math> mit <math>f(x) = 0,5x^2</math> und <math>g</math> mit <math>g(x) = -0,5x^2 + 1,96</math> ?</p>	 <p>Volumen <math>V</math> (gerundet)</p> <p>3,59 <input type="checkbox"/>      9,02 <input type="checkbox"/></p> <p>2,87 <input type="checkbox"/>      11,26 <input type="checkbox"/></p>															



Name: \_\_\_\_\_ Klasse: \_\_\_\_\_

r/f  
/n

**1** Sind die Aussagen für ein Wachstum der Form  $f$  mit  $f(t) = S - ce^{-kt}$  richtig oder falsch?


a) Für  $c > 0$  sind die Funktionswerte immer kleiner als der Wert  $S$ .

b) Für  $k < 0$  erhält man einen beschränkten Zerfall.

c) Für  $c < 0$  gilt immer  $f(t) > S$ .

d)  $k$  muss sowohl bei einem beschränkten Wachstum als auch Zerfall positiv sein.


	Richtig	Falsch
a)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**2** Für ein beschränktes Wachstum ist bekannt:  
  $B(0) = 1$  und  $B(t+1) = B(t) + 0,02 \cdot (500 - B(t)); t \in \mathbb{N}$ .

a) Geben Sie die Schranke  $S$  an.

b) Erstellen Sie eine Wertetabelle für  $t = 1; 2; 3$ .

$t$	1	2	3
$B(t)$			

**3** Für ein beschränktes Wachstum gilt:  
  $f(t) = 10 - 0,2e^{-0,05t}$ .

a) Geben Sie die Schranke  $S$  an.

b) Bestimmen Sie den Anfangswert für  $t = 0$ .

c) Bestimmen Sie die Wachstumsgeschwindigkeit zur Zeit  $t = 2$  (auf 2 Dezimalen gerundet).

a)  $S = \underline{\hspace{2cm}}$

b)  $f(0) = \underline{\hspace{2cm}}$


c)  $f'(2) \approx \underline{\hspace{2cm}}$

**4** Für ein beschränktes Wachstum der Form  $f$  mit  $f(t) = S - ce^{-kt}$  gilt:

a)  $f(t) \rightarrow S$  für  $t \rightarrow \infty$     c)  $f(1) = S - c$

b)  $f(t) \rightarrow c$  für  $t \rightarrow \infty$     d)  $f(1) = S - \frac{c}{e^k}$

	Richtig	Falsch
a)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**5** Für ein beschränktes Wachstum der Form  
  $f(t) = S - ce^{-kt}$  ist bekannt:

a)  $f(0) = 10, k = 0,05, S = 40$

b)  $f(0) = 5, f(1) = 10, S = 200$


c)  $f(0) = 8, f(1) = 7,5, k = 0,4$

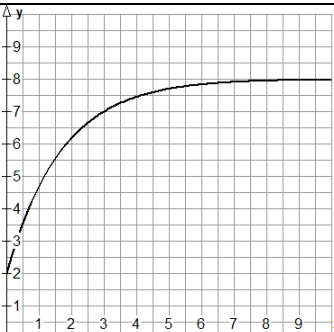
Bestimmen Sie jeweils näherungsweise die Gleichung der Wachstumsfunktion.

a)  $f(t) = \underline{\hspace{4cm}}$

b)  $f(t) = \underline{\hspace{4cm}}$

c)  $f(t) = \underline{\hspace{4cm}}$

**6** Der Graph gehört zu einem beschränkten Wachstum.  
 Bestimmen Sie anhand des Graphen



a) die Schranke  $S$

b) den Funktionswert  $B(0)$

c) die Wachstumsgleichung.

a)  $S =$   
 2    4    8    9

b)  $B(0) =$   
 2    4    8    9


c)  $k$  gerundet auf eine Dezimale  
 $f(t) = \underline{\hspace{4cm}}$



Name: \_\_\_\_\_ Klasse: \_\_\_\_\_

r/f  
/n


**1** Für eine logistisches Wachstumsfunktion f gilt

  $f(t) = \frac{150}{1+14e^{-0,05t}}$

- a) Geben Sie die Schranke S an.
- b) Bestimmen Sie den Anfangswert für t = 0.
- c) Bestimmen Sie f(4) (auf 2 Dez. gerundet).

- a) S = \_\_\_\_
- b) f(0) = \_\_\_\_
- c) f(4) ≈ \_\_\_\_


**2** Für ein logistisches Wachstum der Form f mit

  $f(t) = \frac{S}{1+ae^{-kt}}$  ist bekannt:

- a) f(0)=2, k=0,05, S=80 b) f(0)=5, f(1)=10, S=100
- Bestimmen Sie jeweils näherungsweise einen Term für die Wachstumsfunktion.

- a) f(t)= \_\_\_\_\_
- b) f(t)= \_\_\_\_\_

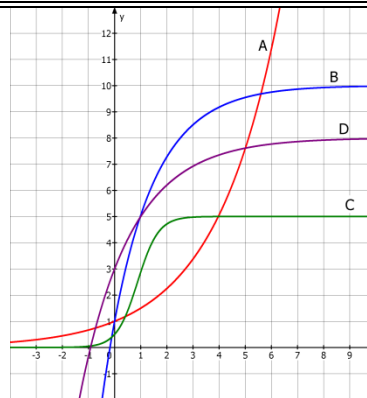
**3** Die Höhe H einer Maispflanze wird durch die folgende logistische Wachstumsgleichung modelliert:

  $H(t) = \frac{250}{1+49e^{-0,08t}}$ ; H(t) in cm; t in Tagen.

- Bestimmen Sie die bzw. den
- a) Anfangshöhe und die Höhe nach 30 Tagen
- b) maximal erreichbare Höhe
- c) Zeitpunkt mit der Höhe 1,5 m
- d) Zeitpunkt der größten Wachstumsgeschwindigkeit.

- a) H(0) = \_\_ cm  
H(30) ≈ \_\_ cm
- b) S = \_\_\_\_ cm
- c) t ≈ \_\_\_\_ Tage
- d) t ≈ \_\_\_\_ Tage

**4** Die Abbildung zeigt die Graphen A, B, C und D von Wachstumsfunktionen. Welches Wachstum liegt vor?



Kreuzen Sie an:  
Ex... exponentiell  
Be... Beschränkt  
Lo... Logistisch  
K... Keines der drei

	E	B	L	K
A				
B				
C				
D				

**5** Es soll durch eine Wachstumsfunktion modelliert werden. Welches Wachstum passt am besten?

- a) Aufwärmen einer Flüssigkeit aus dem Kühlschrank auf Raumtemperatur.
- b) Verbreitung eines Gerüchts durch eine Person in einer Schule.
- c) Wasserstand an einer Hafemole.
- d) Bankguthaben bei konstanter Verzinsung.

Ex... exponentiell  
Be... Beschränkt  
Lo... Logistisch  
K... Keines der drei

	Ex	Be	Lo	K
a)				
b)				
c)				
d)				

Name: \_\_\_\_\_ Klasse: \_\_\_\_\_

r/f  
/n

**1** Die Differenzialgleichung (DGL)  $f'(t) = k \cdot f(t)$   
 A: kann als Lösung auch eine Zahl besitzen  
 B: hat f mit  $f(t) = c \cdot e^{kt}$  als Lösungsfunktion.  
 C: bedeutet, dass die momentane Änderungsrate proportional zum jeweiligen Funktionswert ist.  
 D:  $k > 0$  beschreibt einen exponentiellen Zerfall.  
 E: wird durch eine Funktion gelöst, deren Ableitung ein Vielfaches der Funktion ist.

Richtig ist:

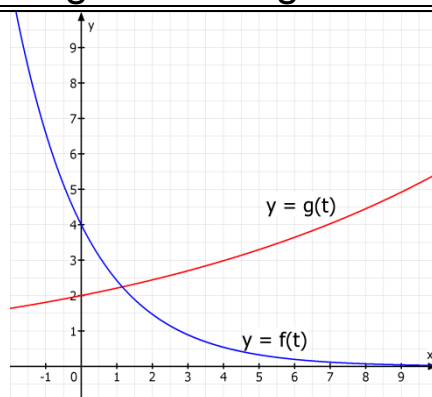
- A
- B
- C
- D
- E

**2** Ein exponentielles Wachstum ist gegeben durch die Differenzialgleichung  $f'(t) = 0,5 \cdot f(t)$  mit  $f(0) = 10$ . Bestimmen Sie  
 a) die Lösung der Differenzialgleichung  
 b) die Wachstumsgeschwindigkeit zu Beginn.



- a)   $f(t) = 10 \cdot e^{0,5t}$
- $f(t) = 0,5 \cdot e^{10t}$
- $f(t) = 5 \cdot e^{10t}$
- b)  $f'(0) = \underline{\hspace{2cm}}$

**3** Gegeben sind die Graphen zweier exponentieller Wachstumsfunktionen f und g. Geben Sie die zugehörige Differenzialgleichung anhand der Graphen an.



- a)  $f'(t) = k \cdot f(t)$   
 $k =$   
 0,5  -0,5  2
- b)  $g'(t) = k \cdot g(t)$   
 $k =$   
 -1  1  0,1

**4** Die Differenzialgleichung des beschränkten Wachstums ist  $f'(t) = k \cdot (S - f(t))$ ,  $k > 0$ . Dies bedeutet, dass die Wachstumsgeschwindigkeit  
 a) konstant k ist,  
 b) betragsmäßig für  $t \rightarrow \infty$  immer mehr abnimmt,  
 c) den maximalen Wert S hat,  
 d) proportional zum Sättigungsmanko  $S - f(t)$  ist,  
 e) immer positiv ist, wenn  $S > f(t)$ .

	Richtig	Falsch
a)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
e)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**5** Kreuzen Sie an, welches Wachstum gegebenenfalls vorliegen kann.  
 a) monoton steigender Bestand  
 b) monoton fallende Änderungsrate  
 c) konstante Verdopplungszeit  
 d) konstante Wachstumsgeschwindigkeit  
 e) durch Schranke begrenzt

E... Exponentiell; B... Beschränkt; L... Logistisch  
 K... Keines der drei

	E	B	L	K
a)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
e)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Name: \_\_\_\_\_ Klasse: \_\_\_\_\_

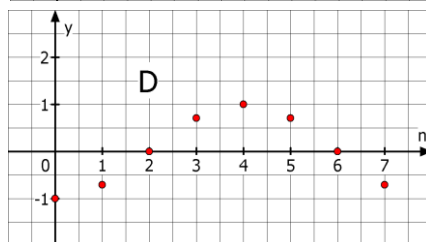
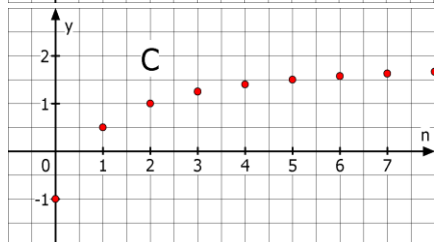
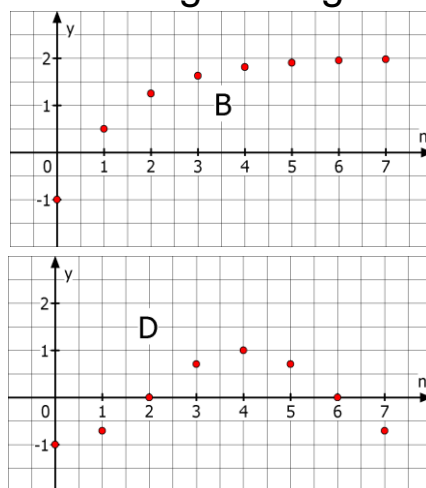
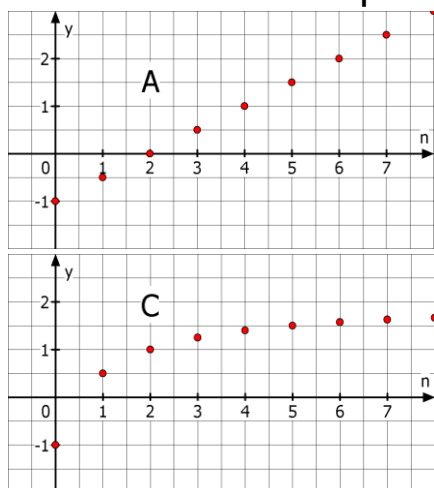
r/f  
/n

**1** Gegeben sind für  $n \in \mathbb{N}$  die Folgen a und b mit  $a(n) = n^2 + 23$  und  $b(n) = 2 \cdot b(n - 1)$ ;  $b(0)=4$ . Was trifft zu?  
 a) Einzelne Folgenglieder können nur mit Hilfe des Vorgängers berechnet werden.  
 b) Für  $n = 3$  hat das Folgenglied den Wert 32.  
 c) Die Folge ist explizit dargestellt  
 d) Die Folge ist rekursiv dargestellt  
 e) Jedes Folgenglied kann durch das Einsetzen eines Wertes für n direkt berechnet werden.

Trifft zu für die Folge

	a	b
a)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
e)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**2** Ordnen Sie die Graphen der richtigen Folge zu.



- \_\_\_  $s(n) = -1 + \frac{3n}{n+1}$
  - \_\_\_  $t(n) = -\cos(n \cdot \frac{\pi}{4})$
  - \_\_\_  $u(n) = u(n-1)+0,5$  mit  $u(0) = -1$
  - \_\_\_  $v(n) = 2 - 3 \cdot 2^{-x}$
- Hinweis: Verwenden Sie den GTR nur ohne seq-Modus.*

**3** Welche Folge liefert die angegebenen Werte in der Wertetabelle? Ordnen Sie zu.

n	1	2	3	4	5	6	7	8
A	5	4	$4\frac{1}{3}$	5	5,8	$6\frac{2}{3}$	$7\frac{4}{7}$	8,5
B	3	-2	3	-2	3	-2	3	-2

- \_\_\_  $s(n) = 2 - s(n-1)$  mit  $s(1) = 3$
- \_\_\_  $t(n) = 1 - t(n-1)$  mit  $t(1) = 3$
- \_\_\_  $u(n) = n + \frac{4}{n}$
- \_\_\_  $v(n) = \frac{n^2+3}{n}$

**4** Ordnen Sie die GTR-Abbildung A und B den richtigen ersten fünf Gliedern der angegebenen Zahlenfolge zu.



**A**

```

Plot1 Plot2 Plot3
nMin=1
u(n)≙n²-1
u(nMin)≙
v(n)=
    
```

**B**

```

Plot1 Plot2 Plot3
nMin=1
u(n)≙2u(n-1)-3
u(nMin)≙(4)
v(n)=
    
```

- \_\_\_ 0; 3; 8; 15; 24
- \_\_\_ -1; 0; 3; 8; 15
- \_\_\_ 4; 5; 7; 11; 19
- \_\_\_ 5; 7; 11; 19; 34

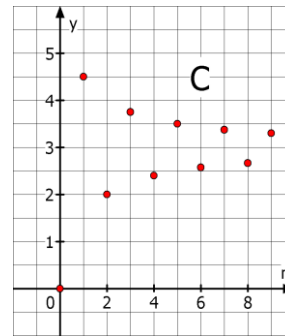
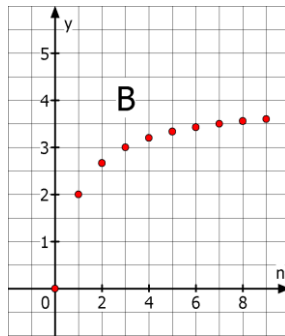
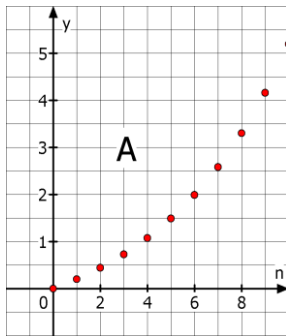
**5** Stellen Sie die Folge a bzw. b mit  
 a)  $a(n) = a(n - 1) + 2$ ,  $a(0) = 0$  explizit dar.  
 b)  $b(n) = 2n + 1$ , mit  $n \geq 0$  rekursiv dar.

a)  $a(n) = \underline{\hspace{2cm}}$   
 b)  $b(n) = \underline{\hspace{2cm}}$   
 mit  $b(\underline{\hspace{1cm}}) = \underline{\hspace{1cm}}$

Name: \_\_\_\_\_ Klasse: \_\_\_\_\_

r/f  
/n

1 Gegeben sind die Graphen von Folgen.



Die Folge in der Abbildung ...

- a) ist streng monoton steigend.
- b) ist nicht monoton steigend.
- c) ist teilweise streng monoton fallend.
- d) ist durch  $S = 4$  nach oben beschränkt.
- e) ist durch  $s = 0$  nach unten beschränkt.
- f) ist beschränkt.

Trifft zu für die Folge in Abbildung

	A	B	C
a)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
e)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
f)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

*Hinweis: Das Verhalten der Folgen soll sich außerhalb des dargestellten Intervalls nicht ändern.*

- 2 Eine Folge ist genau dann monoton steigend,
- a) wenn ein Folgenglied stets größer ist als sein Vorgänger.
  - b) wenn kein Folgenglied kleiner ist als sein Vorgänger.
  - c) wenn für jedes  $n \in \mathbb{N}$  gilt:  $a(n + 1) \geq a(n)$ .

	Wahr	Falsch
a)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- 3 Eine Folge ist genau dann beschränkt, wenn
- a) die Werte der Folgenglieder eine Zahl  $S$  nicht über- und eine Zahl  $s$  nicht unterschreiten.
  - b) eine Zahl  $S$  existiert, so dass die Werte aller Folgenglieder kleiner als  $S$  sind.
  - c) eine untere Schranke für die Werte der Folgenglieder existiert.

	Wahr	Falsch
a)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- 4 Gegeben sind die Folgen a, b, c und d mit  $a(n)=-n^2$ ,  $b(n)= -\frac{3}{n}$ ,  $c(n)=(-1)^n \cdot 2n$ ,  $d(n)=\sin(n \cdot \pi)$
- Die Folge..
- a) ist beschränkt.
  - b) ist streng monoton fallend.
  - c) besitzt eine obere Schranke.
  - d) besitzt weder obere noch untere Schranke.
  - e) hat die obere Schranke  $S = 1$ .
  - f) ist monoton steigend.

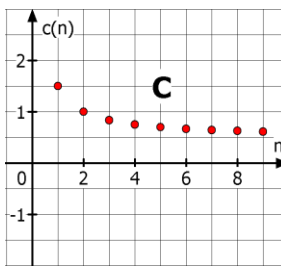
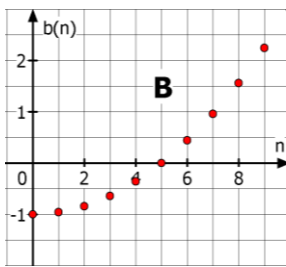
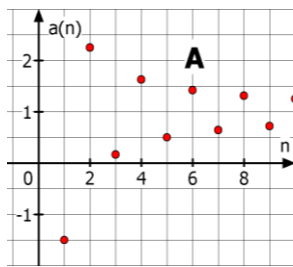
Trifft zu für die Folge

	a	b	c	d
a)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
e)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
f)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Name: \_\_\_\_\_ Klasse: \_\_\_\_\_

r/f  
/n

1 Welcher der Graphen gehört zu einer Folge mit Grenzwert? Welchen Grenzwert vermuten Sie?



\_\_\_ mit Grenzwert \_\_\_

\_\_\_ mit Grenzwert \_\_\_

\_\_\_ mit Grenzwert \_\_\_

2 Der Grenzwert  $g$  einer Folge  $a$  ist...  
 a) der größte bzw. kleinste Wert, den die Folgenglieder für beliebiges  $n$  annehmen können.  
 b) ein Wert, an den sich die Folgenglieder für wachsendes  $n$  beliebig nahe annähern.  
 c) der größte Wert, den  $n$  annehmen kann.  
 d) derjenige Wert für  $n$ , ab dem die Folgenglieder zum ersten Mal eine vorgegebene Grenze überschreiten.  
 e) Die Zahl  $g$ , für die  $\lim_{n \rightarrow \infty} a(n) = g$  gilt.

	Wahr	Falsch
a)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
e)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

3 Ordnen Sie den Folgen – ohne Nachweis – den richtigen Grenzwert zu.

a)  $a(n) = \frac{4}{n^2}$     b)  $b(n) = 3 - 0,5^n$     c)  $c(n) = \frac{1+2n}{2n}$   
 d)  $d(n) = \frac{1}{n+3} + 6$     e)  $e(n) = \frac{n+2}{n^2-4} - 1$

Grenzwert der Folge	
___ 2	___ 0
___ 6	___ -1
___ 1	___ 3

4 Wahr oder falsch?  
 Eine Folge  $a$  besitzt einen Grenzwert  $g$ , wenn  
 a) sie streng monoton steigt.  
 b) sie monoton und beschränkt ist.  
 c) sie monoton steigend und beschränkt ist.  
 d) sie streng monoton fällt und für alle Folgenglieder  $a(n) > 0$  gilt.

	Wahr	Falsch
a)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

5 Welche Umformung ist richtig, um den Grenzwert der Folge  $a$  mit  $a(n) = \frac{10n+3}{2n+7}$  zu berechnen?

a)  $\frac{10n+3}{2n+7} = \frac{10n}{2n} + \frac{3}{7} = 5 + \frac{3}{7}$ , also Grenzwert  $g = 5\frac{3}{7}$   
 b)  $\frac{10n+3}{2n+7} = \frac{n \cdot (10+3)}{n \cdot (2+7)} = \frac{13}{9}$ , also Grenzwert  $g = \frac{13}{9}$   
 c)  $\frac{10n+3}{2n+7} = \frac{n \cdot (10+\frac{3}{n})}{n \cdot (2+\frac{7}{n})} = \frac{10+\frac{3}{n}}{2+\frac{7}{n}}$ , also Grenzwert  $g = 5$

Richtig ist die Umformung:	
a)	<input type="checkbox"/>
b)	<input type="checkbox"/>
c)	<input type="checkbox"/>



WADI Kursstufe B30		Lösen von LGS: Gauß Verfahren																
Name: _____ Klasse: _____			r/f /n															
1	Bestimmen Sie die Lösung des linearen Gleichungssystems (LGS):	$\begin{array}{rcl} x_1 - x_2 + 0,5x_3 & = & 1 \\ & & 2x_2 + x_3 = 8 \\ & & 3x_3 = 12 \end{array}$	<input type="checkbox"/> (-1   0   4) <input type="checkbox"/> (2   2,5   3) <input type="checkbox"/> (1   2   4)															
2	Welche Umformungen sind beim Gauß-Verfahren zum Lösen eines LGS zulässig? Kreuzen Sie an.		<table border="0"> <thead> <tr> <th></th> <th>Richtig</th> <th>Falsch</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>a) Multiplizieren einer Gleichung mit einer von Null verschiedenen Zahl</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>b) Verändern der Reihenfolge der Gleichungen</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>c) Quadrieren beider Seiten einer Gleichung</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>d) Eine Gleichung oder das Vielfache einer Gleichung zu einer anderen Gleichung hinzuaddieren oder subtrahieren.</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> </tbody> </table>		Richtig	Falsch	a) Multiplizieren einer Gleichung mit einer von Null verschiedenen Zahl	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	b) Verändern der Reihenfolge der Gleichungen	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	c) Quadrieren beider Seiten einer Gleichung	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	d) Eine Gleichung oder das Vielfache einer Gleichung zu einer anderen Gleichung hinzuaddieren oder subtrahieren.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	Richtig	Falsch																
a) Multiplizieren einer Gleichung mit einer von Null verschiedenen Zahl	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																
b) Verändern der Reihenfolge der Gleichungen	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																
c) Quadrieren beider Seiten einer Gleichung	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																
d) Eine Gleichung oder das Vielfache einer Gleichung zu einer anderen Gleichung hinzuaddieren oder subtrahieren.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																
3	Die beiden LGS sind äquivalent. Welche Umformung wurde durchgeführt?	$\begin{array}{l} \text{I: } 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 1 \\ \text{II: } x_1 - x_2 + 2x_3 = 1 \end{array}$ $\begin{array}{l} \text{I: } 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 1 \\ \text{IIa: } 5x_2 - 7x_3 = -2 \end{array}$	<input type="checkbox"/> IIa = I - II <input type="checkbox"/> IIa = 3 · II + I <input type="checkbox"/> IIa = -2 · II - I <input type="checkbox"/> IIa = I - 3 · II <input type="checkbox"/> IIa = I : 3 - II															
4	Lösen Sie mit dem Gauß-Verfahren.	$\begin{array}{l} \text{a) } x_1 + 2x_2 - x_3 = 2 \\ \quad -x_1 \quad \quad - 2x_3 = 5 \\ \quad \quad - 2x_2 + 4x_3 = -10 \\ \text{b) } x_1 + 4x_2 - 6x_3 = -2 \\ \quad -x_1 - x_2 + 4x_3 = 4 \\ \quad \quad x_1 + 4x_2 - x_3 = 0,5 \end{array}$	$\begin{array}{l} \text{a) } \square (-3   2   -1) \\ \quad \square (1   -1   -3) \\ \quad \square (5   -4   -5) \\ \text{b) } \square \left(\frac{23}{3} \mid -\frac{5}{3} \mid 0,5\right) \\ \quad \square \left(-\frac{11}{3} \mid -\frac{1}{3} \mid -0,5\right) \\ \quad \square (-3   1   0,5) \end{array}$															
5	Ihr GTR liefert die unten abgebildete Anzeige. Geben Sie die Lösung des zugehörigen LGS an.		$\begin{array}{l} \text{a) } \begin{array}{l} \text{rref}([A] \\ \left[ \begin{array}{ccc c} 1 & 0 & 0 & -7 \\ 0 & 1 & 0 & -39 \\ 0 & 0 & 1 & -33 \end{array} \right] \end{array} \\ \text{b) } \begin{array}{l} \text{rref}([A] \\ \left[ \begin{array}{ccc c} 1 & 0 & 0 & -8 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right] \end{array} \end{array}$	$\begin{array}{l} \text{a) } \square (-33   -39   -7) \\ \quad \square (-7   -39   -33) \\ \quad \square (1   1   1) \\ \text{b) } \square (0   0   1) \\ \quad \square \text{ keine Lösung} \\ \quad \square (-8   0   0) \end{array}$														
6	Lösen Sie das LGS mithilfe des GTR.	$\begin{array}{l} \text{a) } 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 11 \\ \quad 5x_1 + 3x_2 + 12x_3 = -4 \\ \quad -3x_1 \quad \quad - 9x_3 = -9 \\ \text{b) } 4x_1 - 3x_2 + 3x_3 = 8 \\ \quad 3x_1 + 5x_2 + x_3 = 10 \\ \quad -4x_1 + x_2 - x_3 = 6 \end{array}$	$\begin{array}{l} \text{a) } \square (20   -12   -5,67) \\ \quad \square (-5   -9   4) \\ \quad \square (2   -6   0,33) \\ \text{b) } \square (-4   3,5   4,5) \\ \quad \square (-3,25   2,125   9,125) \\ \quad \square (1,92   0,69   0,79) \end{array}$															

WADI Kursstufe B31		Lösungsmengen von LGS													
Name: _____ Klasse: _____			r/f /n												
1	Wie viele Lösungen kann ein lineares Gleichungssystem (LGS) besitzen?	<input type="checkbox"/> mehr als eine <input type="checkbox"/> genau zwei <input type="checkbox"/> keine <input type="checkbox"/> unendlich viele <input type="checkbox"/> Anzahl der Gleichungen entspricht der Anzahl der Lösungen													
2	Entscheiden Sie, wie viele Lösungen ein LGS hat, wenn der GTR Folgendes zeigt:	<pre>rref([A] [[1 0 0 8 1 [0 1 0 -1] [0 0 0 0 1] A</pre>	<pre>rref([B] [[1 0 1 0] [0 1 0 0] [0 0 0 1] B</pre>	<pre>rref([C] [[1 0 0 3 1 [0 1 0 -2] [0 0 1 6 1] C</pre>	Ordnen Sie die Buchstaben A, B und C zu. _____ genau eine _____ keine _____ unendlich viele										
3	Das LGS hat unendlich viele Lösungen. Entscheiden Sie, welche der angegebenen Zahlentripel Lösungen sind.	$\begin{array}{rclcl} -x_1 & + & 2x_2 & - & x_3 & = & 2 \\ x_1 & - & 3x_2 & + & 2x_3 & = & 1 \\ & & -x_2 & + & x_3 & = & 3 \end{array}$	<input type="checkbox"/> (-8   -3   0) <input type="checkbox"/> (5   0   3) <input type="checkbox"/> (-7   -2   1) <input type="checkbox"/> (-11   1   -2)												
4	Bestimmen Sie die Lösungsmenge von folgendem LGS.	$\begin{array}{rclcl} x_1 & + & 3x_2 & - & 2x_3 & = & 0 \\ -x_1 & + & 3x_2 & + & x_3 & = & 4 \\ 2x_1 & & & - & 3x_3 & = & 2 \end{array}$	<input type="checkbox"/> (-1   1   1) <input type="checkbox"/> keine Lösung <input type="checkbox"/> unendlich viele Lösungen												
5	Lösen Sie das LGS.	$\begin{array}{rclcl} x_1 & + & 2x_2 & + & 3x_3 & + & x_4 & = & 9 \\ 2x_1 & + & x_2 & - & 2x_3 & - & 2x_4 & = & -8 \\ & & 3x_2 & - & 3x_3 & + & 4x_4 & = & 15 \\ -x_1 & - & 2x_2 & + & x_3 & + & x_4 & = & 1 \end{array}$	<input type="checkbox"/> (-1   2   1   3) <input type="checkbox"/> keine Lösung <input type="checkbox"/> unendlich viele Lösungen												
6	Bestimmen Sie die Lösungsmenge.	$\begin{array}{rclcl} 2x_1 & + & 4x_2 & - & 6x_3 & = & 12 \\ x_1 & - & 0,5x_2 & + & 2x_3 & = & 1 \\ 4x_1 & + & 3x_2 & - & 2x_3 & = & 14 \end{array}$	Mit $x_3 = \underline{\quad}$ ist $L = \{(\underline{\quad}   \underline{\quad}   \underline{\quad})   \underline{\quad} \in \mathbb{R}\}$												
7	Sind folgende Aussagen wahr oder falsch? a) Ein LGS mit drei Unbekannten und zwei Gleichungen hat immer unendlich viele Lösungen. b) Ein lineares Gleichungssystem mit drei Unbekannten und drei Gleichungen kann genau zwei Lösungen besitzen. c) Ein LGS mit mehr Gleichungen als Unbekannten kann eine eindeutige Lösung haben.	<table border="0"> <thead> <tr> <th></th> <th>Wahr</th> <th>Falsch</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>a)</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>b)</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>c)</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> </tbody> </table>			Wahr	Falsch	a)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	b)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	c)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	Wahr	Falsch													
a)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>													
b)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>													
c)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>													



Name: \_\_\_\_\_ Klasse: \_\_\_\_\_ r/f  
/n

**1** Das Schaubild der Funktion  $f$  mit  $f(x) = 2x^2 + bx - 4$  geht durch den Punkt  $P(1|2)$ . Bestimme den Funktionsterm von  $f$ .

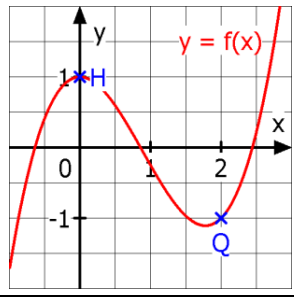
- $f(x) = 2x^2 - 1,5x - 4$
- $f(x) = 2x^2 + 4x - 4$
- $f(x) = 2x^2 - 4x - 4$

**2** Der Graph einer ganzrationalen Funktion  $f$  mit  $f(x) = ax^2 + bx + c$  hat den Tiefpunkt  $T(-2 | 1)$ . Entscheiden Sie welche der folgenden Gleichungen richtig bzw. falsch sind.

a)  $4a - 2b + c = 1$                       b)  $a + b + c = -2$   
 c)  $-4a + b = 1$                               d)  $2a + b = -2$   
 e)  $-4a + b = 0$

- |    | Richtig                  | Falsch                   |
|----|--------------------------|--------------------------|
| a) | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| b) | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| c) | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| d) | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| e) | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**3** Gegeben ist der Graph von  $f$  mit  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ . Welche Bedingungen lassen sich anhand des Graphen in den Punkten  $H(0 | 1)$  und  $Q(2 | -1)$  aufstellen?



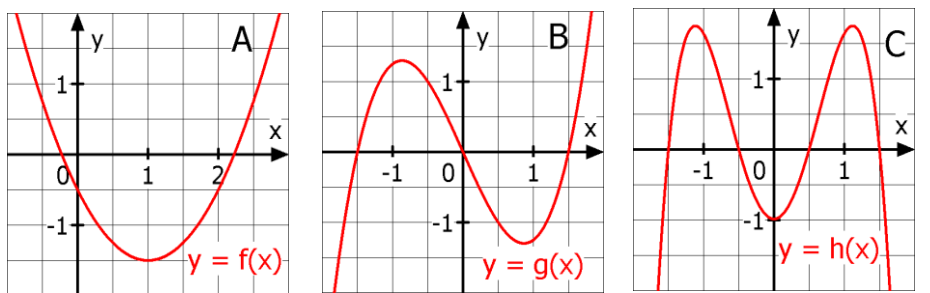
- $d = 1$
- $-1 = 8a + 4b + 2c + d$
- $2 = -a + b - c + d$
- $c = 0$
- $c = 1$

**4** Eine ganzrationale Funktion  $f$  dritten Grades hat eine Nullstelle für  $x = -2$ , geht durch den Punkt  $P(0 | -1)$  und hat den Tiefpunkt  $T(-1 | -4)$ . Entscheiden Sie, welche der drei Abb. beim Bestimmen des Funktionsterms mit dem GTR entsteht und geben Sie den Funktionsterm an.

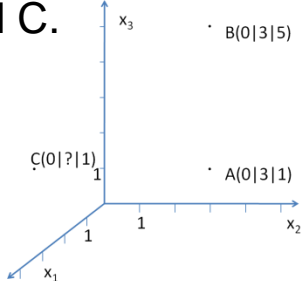
- Abbildung:  A    B    C
- $f(x) =$
- $3,5x^3 + 14x^2 + 13,5x - 1$
  - $-0,5x^3 + 2x^2 + 5,5x - 1$
  - $-x^3 + 5,5x^2 + 2x - 0,5$

<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>
<pre>rref([A]) [[1 0 0 0 -1.5 ... [0 1 0 0 -6 ... [0 0 1 0 -10.5... [0 0 0 1 -1 ...</pre>	<pre>rref([B]) [[1 0 0 0 -1.5] [0 1 0 0 2 ] [0 0 1 0 5.5] [0 0 0 1 -1 ]]</pre>	<pre>rref([C]) [[1 0 0 0 -1 ] [0 1 0 0 5.5] [0 0 1 0 2 ] [0 0 0 1 -1.5]]</pre>

**5** Zu den Graphen von  $f$ ,  $g$  und  $h$  soll ein Funktionsterm ermittelt werden. Welcher Ansatz - mit möglichst niedrigem Grad - ist hierfür geeignet? Mehrere Lösungen können möglich sein.



- A**  $f(x) =$
- $ax^2 + bx + c$
  - $ax + b$
  - $ax^3 + bx^2 + cx + d$
- B**  $g(x) =$
- $ax^3 + cx$
  - $ax^4 + bx^2 + c$
  - $ax^3 + bx^2 + cx + d$
- C**  $h(x) =$
- $ax^5 + bx^3 + cx$
  - $ax^4 + bx^2 + c$
  - $ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$

WADI Kursstufe B33		Abstand zweier Punkte im Raum										
Name: _____ Klasse: _____			r/f /n									
1	<p>Gegeben ist der Vektor <math>\vec{u} = \begin{pmatrix} a \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix}</math>.</p> <p>a) Bestimmen Sie den Betrag von <math>\vec{u}</math> für <math>a = 0</math>.</p> <p>b) Bestimmen Sie <math>a</math> so, dass <math>\vec{u}</math> die Länge <math>\sqrt{125}</math> hat.</p>	<p>a) <input type="checkbox"/> <math> \vec{u}  = 1</math>  <input type="checkbox"/> <math> \vec{u}  = 5</math>  <input type="checkbox"/> <math> \vec{u}  = 7</math></p> <p>b) <input type="checkbox"/> <math>a = -10</math>  <input type="checkbox"/> <math>a = 5</math>  <input type="checkbox"/> <math>a = 10</math></p>										
2	<p>Gegeben sind Punkte <math>P(1 0 -2)</math> und <math>Q(-1 -2 a)</math>.</p> <p>a) Bestimmen Sie den Abstand <math>PQ</math> für <math>a = 4</math></p> <p>b) Für welche Werte von <math>a</math> haben <math>P</math> und <math>Q</math> den Abstand 3?</p>	<p>a) <input type="checkbox"/> <math>\sqrt{40}</math>  <input type="checkbox"/> <math>\sqrt{44}</math>  <input type="checkbox"/> <math>\sqrt{12}</math></p> <p>b) <input type="checkbox"/> <math>a = -1</math>  <input type="checkbox"/> <math>a = 0</math>  <input type="checkbox"/> <math>a = -3</math></p>										
3	<p>Wahr oder falsch:</p> <p>A: Spiegelt man einen Punkt <math>P</math> an einem Punkt <math>Q</math> und erhält <math>P'</math>, so gilt: <math> \overrightarrow{PQ}  =  \overrightarrow{P'Q} </math></p> <p>B: Der Betrag eines Vektors kann nie negativ werden.</p>	<table border="0"> <tr> <td></td> <td>Wahr</td> <td>Falsch</td> </tr> <tr> <td>A</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>B</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> </table>		Wahr	Falsch	A	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	B	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
	Wahr	Falsch										
A	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>										
B	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>										
4	<p>Gegeben sind die Punkte <math>A(6 -3 -2)</math> und <math>B(2 -3 1)</math>.</p> <p>a) Bestimmen Sie den Einheitsvektor <math>\overrightarrow{AB}_0</math> zu <math>\overrightarrow{AB}</math>.</p> <p>b) Welcher Punkt ergibt sich, wenn man den Punkt <math>A</math> 10 mal in Richtung des Einheitsvektors von <math>\overrightarrow{AB}</math> verschiebt.</p>	<p>a) <math>\overrightarrow{AB}_0 = \frac{1}{\sqrt{\quad}} \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \end{pmatrix}</math></p> <p>b) <math>P(\quad \quad \quad)</math></p>										
5	<p>Gegeben sind die Punkt <math>A</math>, <math>B</math> und <math>C</math>.</p> <p>a) Geben Sie den Abstand von <math>A</math> und <math>B</math> an.</p> <p>b) Ergänzen Sie die Koordinaten von <math>C</math> so, dass der Abstand zwischen <math>A</math> und <math>C</math> 5 LE beträgt.</p>	 <p>a) <input type="checkbox"/> 1 <input type="checkbox"/> 2 <input type="checkbox"/> 3 <input type="checkbox"/> 4</p> <p>b) <math>C(0 ? 1)</math>  Das ? wird ersetzt:  <input type="checkbox"/> 0 <input type="checkbox"/> -1 <input type="checkbox"/> -2 <input type="checkbox"/> -3</p>										
6	<p>Das Dreieck <math>ABC</math> mit <math>A(4 -2 2)</math>, <math>B(6 -4 2)</math> und <math>C(2 -6 2)</math> ist gleichschenkelig mit der Basis <math>AB</math>.</p> <p>a) Bestimmen Sie die Koordinaten des Mittelpunkts <math>M_{AB}</math>.</p> <p>b) Bestimmen Sie die Länge der Strecke <math>CM_{AB}</math>.</p> <p>c) Welchen Flächeninhalt hat das Dreieck <math>ABC</math>?</p>	<p>a) <math>M_{AB}(\quad \quad \quad)</math></p> <p>b) <math> CM_{AB}  = \sqrt{\quad} \text{LE}</math></p> <p>c) <math>A = \quad \text{FE}</math></p>										
7	<p>Die Punkte <math>A(1 2 -1)</math>, <math>B(0 0 0)</math> und <math>C(1 0 1)</math> bilden ein rechtwinkliges Dreieck bei <math>B</math>. Bestimmen Sie den Flächeninhalt dieses Dreiecks.</p>	<p><math>A = \frac{1}{2} \sqrt{\quad} \text{FE}</math></p>										

WADI Kursstufe B34		Ebenengleichungen 1	
Name: _____ Klasse: _____		r/f /n	
1	<p>Welche der folgenden Gleichungen sind die Gleichung einer Ebene im Raum?</p> <p>A: <math>x_1 - x_3 = -11</math>      B: <math>x_1 = 0</math></p> <p>C: <math>\left[ \vec{x} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} = 0</math>      D: <math>\left[ \vec{x} - \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = 0</math></p> <p>E: <math>\vec{x} = r \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}</math>      F: <math>\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}</math></p>	<p>Gleichung einer Ebene im Raum sind</p> <p><input type="checkbox"/> A      <input type="checkbox"/> B</p> <p><input type="checkbox"/> C      <input type="checkbox"/> D</p> <p><input type="checkbox"/> E      <input type="checkbox"/> F</p>	
2	<p>Durch welche geometrischen Objekte ist eine Ebene eindeutig festgelegt?</p> <p>A: Zwei sich schneidende Geraden</p> <p>B: Zwei parallele Geraden (nicht identisch)</p> <p>C: Zwei windschiefe Geraden</p> <p>D: Drei beliebige Punkte</p> <p>E: Drei Punkte, nicht auf einer Geraden liegen.</p>	<p>Richtig ist:</p> <p><input type="checkbox"/> A</p> <p><input type="checkbox"/> B</p> <p><input type="checkbox"/> C</p> <p><input type="checkbox"/> D</p> <p><input type="checkbox"/> E</p>	
3	<p>In die folgenden Ebenengleichungen haben sich Fehler eingeschlichen. Korrigieren Sie:</p> <p>A: <math>x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 1</math>      C: <math>\vec{x}_1 - 2\vec{x}_2 + 2\vec{x}_3 = 1</math></p> <p>B: <math>\left[ \vec{x} - \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}</math>      D: <math>\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 0</math></p>	<p>A: _____</p> <p>B: _____</p> <p>C: _____</p> <p>D: _____</p>	
4	<p>Gegeben sind die Punkte P(1 2 3), Q(0 -1 2), R(2 2 1). Welche der folgenden Gleichungen stellen eine Parametergleichung der Ebene durch diese drei Punkte dar.</p> <p>A: <math>\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}</math>      B: <math>\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}</math></p>	<p>Richtig ist:</p> <p><input type="checkbox"/> A</p> <p><input type="checkbox"/> B</p>	
5	<p>Gegeben ist die Ebene E in Normalenform:</p> <p><math>\left[ \vec{x} - \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} = 0</math>. Bestimmen Sie eine Gleichung der Ebene in Koordinatenform.</p>	<p>E: _____</p>	
6	<p>Gegeben ist die Ebene E: <math>\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}</math>.</p> <p>Stellen Sie diese dar in der</p> <p>a) Koordinatenform</p> <p>b) Normalenform</p> <p>c) Hesseschen Normalenform</p>	<p>a) _____</p> <p>b) _____</p> <p>c) <math>\frac{\text{_____}}{\sqrt{\text{_____}}} = 0</math></p>	

Name: \_\_\_\_\_ Klasse: \_\_\_\_\_

r/f  
/n

**1** Prüfen Sie, ob der Punkt  $P(1|2|-1)$  in der Ebene  $E$  liegt.

a)  $E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

b)  $E: 6x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 8$

c)  $E: \left[ \vec{x} - \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} = 0$

Setzen Sie  $\in$  oder  $\notin$  ein:

a)  $P$  \_\_\_\_\_  $E$

b)  $P$  \_\_\_\_\_  $E$

c)  $P$  \_\_\_\_\_  $E$

**2** Gegeben ist der Punkt  $P_a(1|2|a)$ . Bestimmen Sie  $a$  so, dass  $P_a$  in  $E_a$  liegt.

a)  $E_a: x_1 + ax_2 + 4x_3 = 13$ .

b)  $E_a: \left[ \vec{x} - \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ a \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ a \\ -1 \end{pmatrix} = 0$

a)  $a =$  \_\_\_\_\_

b)  $a =$  \_\_\_\_\_

**3** Gegeben ist die Ebene  $E$ . Bestimmen Sie deren Spurpunkte.

a)  $6x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 12$

b)  $2x_1 + 3x_3 = 6$

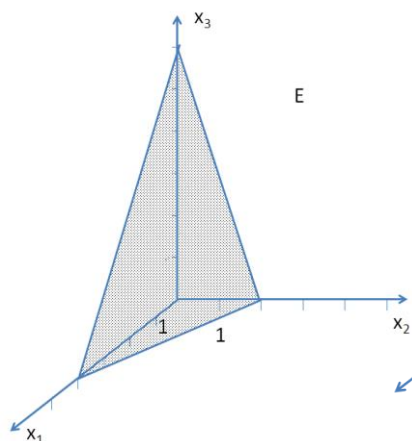
c)  $2x_1 = 6$

	a)	b)	c)
$S_1$			
$S_2$			
$S_3$			

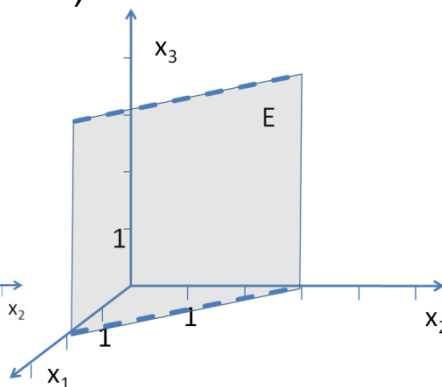
**4** Bestimmen Sie eine Koordinatengleichung der Ebene  $E$ .



a)



b)



a)  $E:$  \_\_\_\_\_

b)  $E:$  \_\_\_\_\_

**5** Gegeben sind die Punkte  $A(1|1|1)$ ,  $B(-1|1|2)$ ,  $C(1|0|0)$  und  $D(3|1|0)$ .

a) Stellen Sie eine Gleichung der Ebene  $E$  durch  $A$ ,  $B$  und  $C$  in Koordinatenform auf.

b) Liegen die vier Punkte in einer Ebene?

a)  $E:$  \_\_\_\_\_

b)  Ja  Nein.

Name: \_\_\_\_\_ Klasse: \_\_\_\_\_

r/f  
/n

1	Wahr oder falsch?	Wahr	Falsch
	A: Die Ebene $2x_3 = 4$ ist parallel zur $x_3$ -Achse.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	B: Die Ebene $x_3 = 2$ ist parallel zur $x_1x_2$ -Ebene.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	C: Die Ebene $x_1+x_3 = 2$ ist parallel zur $x_2$ -Achse.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	D: Die Ebene $x_1+x_3=1$ ist parallel zur $x_1x_3$ -Ebene.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	E: Alle Ebenen der Form $ax_1 + bx_2+ cx_3 = 0$ ( $a; b; c \in \mathbb{R}$ , nicht alle = 0) verlaufen durch den Ursprung.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	F: Ebenen der Form $ax_1 = 1$ sind alle parallel zur $x_2x_3$ -Ebene.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	G: Eine Ebene hat maximal drei Spurpunkte.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	H: Ist eine Ebene parallel zur $x_1x_2$ -Ebene, so ist sie auch parallel zur $x_1$ - und $x_2$ - Achse.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

2	Welche der folgenden Veranschaulichung der Ebene E: $x_1 + 2x_2 = 4$ ist richtig?	Richtig ist:
	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>A:</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>B:</p> </div> </div>	<p>A <input type="checkbox"/>      B <input type="checkbox"/></p>

3	Geben Sie eine Gleichung in Koordinatenform ...	a) _____
	a) .. der $x_2x_3$ -Ebene an.	b) _____
	b) .. einer Ebene an, die parallel zur $x_2$ -Achse ist und durch P(0 0 2) und Q(3 0 0) verläuft.	c) _____ sowie _____
	c) .. der Ebenen an, welche parallel zur $x_1x_2$ -Ebene mit dem Abstand 4 sind.	_____

4	Welche besondere Lage haben diese Ebenen im Raum?	Parallel zur
	A: $x_1 + x_2 = 1$	A B C
	B: $\left[ \vec{x} - \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = 0$	$x_1x_2$ -Ebene <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>
	C: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$	$x_2x_3$ -Ebene <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>
		$x_1x_3$ -Ebene <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>
		$x_1$ -Achse <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>
		$x_2$ -Achse <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>
		$x_3$ -Achse <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>

Name: \_\_\_\_\_ Klasse: \_\_\_\_\_

r/f  
/n

**1** Die Geradengleichung von  $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$  wird in die Koordinatengleichung der Ebene  $E: x_1 - x_2 = 1$  eingesetzt:  $1 - r = 1$ . Man erhält:  $r = 0$ . Das bedeutet:  
 A:  $g \in E$ ;      B:  $g \parallel E$ ;      C:  $g$  schneidet  $E$ ;  
 D: die Gerade verläuft durch den Ursprung.

	Wahr	Falsch
A	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
B	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
C	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
D	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**2** Gegeben sind die Gerade  $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$  sowie jeweils die Ebene  $E$ . Bestimmen Sie deren gegenseitige Lage und gegebenenfalls den Durchstoßpunkt  $D$ .

a)  $E: 2x_1 - x_2 + x_3 = 1$       b)  $E: -4x_1 + 2x_2 - x_3 = -4$   
 c)  $E: x_1 - x_2 - x_3 = 1$

	$g \parallel E$	$g \in E$	$D$
a			
b			
c			

D... Durchstoßpunkt

**3** Bestimmen Sie den Durchstoßpunkt der Geraden  $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$  und der Ebene  $E$ :

a)  $E: 2x_1 + x_2 + x_3 = 4$   
 b)  $E: \left[ \vec{x} - \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} = 0$

a)  $r = \underline{\quad}$ ;  $P(\underline{\quad} | \underline{\quad} | \underline{\quad})$   
 b)  $r = \underline{\quad}$ ;  $P(\underline{\quad} | \underline{\quad} | \underline{\quad})$

**4** Wo schneidet die Gerade  $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

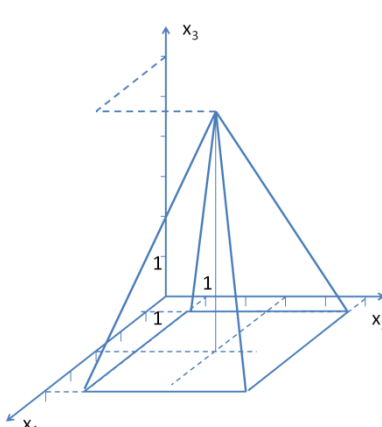
a) die  $x_1x_2$ -Ebene      a)  $P(\underline{\quad} | \underline{\quad} | \underline{\quad})$   
 b) die  $x_1x_3$ -Ebene      b)  $P(\underline{\quad} | \underline{\quad} | \underline{\quad})$

**5** Gegeben ist die Ebene  $E: \left[ \vec{x} - \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} = 0$   
 Wo schneidet die  $x_1$ -Achse die Ebene  $E$ ?  
 D (  $\underline{\quad} | \underline{\quad} | \underline{\quad}$  )

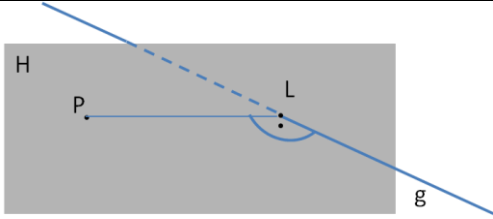
**6** Die Ebene  $E: x_1 + x_2 + x_3 = 16$  stellt in einem geeigneten Koordinatensystem einen Hang dar. Ein Sendemast hat seine Spitze in  $S(6|4|8)$ . Die Richtung der parallelen Sonnenstrahlen wird durch  $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$  festgelegt. Bestimmen Sie den Endpunkt des Schattens des Sendemastes auf dem Hang.

$P(6|4|0)$   
  $P(1|1|-1)$   
  $P(4|2|10)$   
  $P(5|5|7)$

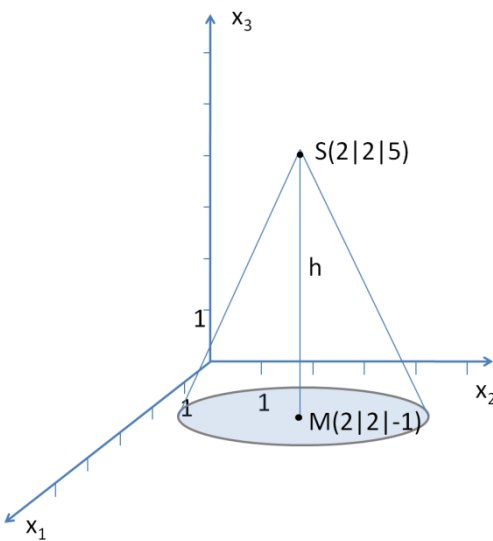
WADI Kursstufe B38		Lagebeziehung zwischen Ebenen													
Name: _____ Klasse: _____			r/f /n												
1	<p>Gegeben sind die Ebenen E und F. Wie liegen die beiden Ebenen zueinander?</p> <p>a) E: <math>x_1 + x_2 - 2x_3 = 1</math>      F: <math>2x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 1</math></p> <p>b) E: <math>x_1 + x_2 - 2x_3 = 1</math>      F: <math>2x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 2</math></p> <p>c) E: <math>x_1 + x_2 - 2x_3 = 1</math>      F: <math>2x_1 - x_3 = 1</math></p>	<p>Tragen Sie den entsprechenden Buchstaben ein: E und F</p> <p>.. schneiden sich in einer Geraden _____</p> <p>.. sind echt parallel _____</p> <p>.. sind identisch _____</p>													
2	<p>Bestimmen Sie a so, dass die beiden Ebenen E und F parallel sind.</p> <p>E: <math>3x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 1</math>      F: <math>\left[ \vec{x} - \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ a \\ 4 \end{pmatrix} = 0</math></p>	a = _____													
3	<p>Bestimmen Sie eine Gleichung der Schnittgeraden von E und F.</p> <p>a) E: <math>x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 6</math>      F: <math>2x_1 - x_3 = 0</math></p> <p>b) E: <math>4x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 6</math>      F: <math>\left[ \vec{x} - \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = 0</math></p>	<p>a) <math>\vec{x} = \begin{pmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 2 \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{pmatrix}</math></p> <p>b) <math>\vec{x} = \begin{pmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ 1 \end{pmatrix}</math></p>													
4	<p>Ein Schüler hat die Koordinatengleichungen zweier Ebenen als LGS in Matrixform in den GTR eingegeben. Auf dem GTR erscheint als reduzierte Form der Matrix folgendes Bild. Interpretieren Sie dieses geometrisch.</p> <p>a) <math>\text{rref}([A]) = \begin{bmatrix} 1 &amp; 0 &amp; 2 &amp; 1 \\ 0 &amp; 1 &amp; 3 &amp; 2 \end{bmatrix}</math>      b) <math>\text{rref}([A]) = \begin{bmatrix} 1 &amp; 0 &amp; 2 &amp; 0 \\ 0 &amp; 0 &amp; 0 &amp; 1 \end{bmatrix}</math>      c) <math>\text{rref}([A]) = \begin{bmatrix} 1 &amp; 2 &amp; 3 &amp; 4 \\ 0 &amp; 0 &amp; 0 &amp; 0 \end{bmatrix}</math></p>	<p>Die beiden Ebenen</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- sind echt parallel (P)</li> <li>- sind identisch (I)</li> <li>- schneiden sich in einer Geraden (S)</li> </ul> <p>Tragen Sie den entsprechenden Buchstaben ein:</p> <p>a) _____ b) _____ c) _____</p>													
5	<p>Gegeben ist die Ebene E: <math>2x_1 + x_2 - 2x_3 = 0</math> sowie der Punkt A(1 1 2). Stellen Sie eine Koordinatengleichung einer Ebene F auf, welche zu E parallel ist und durch A verläuft.</p>	F: _____													
6	<p>Wahr oder falsch?</p> <p>A: Zwei voneinander verschiedene Ebenen schneiden sich entweder in einer Geraden oder gar nicht.</p> <p>B: Schneiden sich von drei Ebenen jeweils zwei in einer Geraden, so sind die Schnittgeraden parallel.</p> <p>C: Drei Ebenen können so liegen, dass sie sich in genau einem Punkt schneiden.</p>	<table border="0"> <thead> <tr> <th></th> <th>Wahr</th> <th>Falsch</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>A</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>B</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>C</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> </tbody> </table>		Wahr	Falsch	A	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	B	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	C	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
	Wahr	Falsch													
A	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>													
B	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>													
C	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>													

WADI Kursstufe B39		Hessesche Normalenform (HNF)		
Name: _____ Klasse: _____			r/f /n	
1	<p>Wahr oder falsch?</p> <p>A: In der HNF einer Ebene wird der Normalenvektor der Ebene auf die Länge 1 normiert.</p> <p>B: die HNF wird hauptsächlich für Abstandsrechnungen verwendet.</p> <p>C: Es gibt Ebenen, für die man keine HNF aufstellen kann.</p>	<p>Wahr    Falsch</p> <p>A    <input type="checkbox"/>    <input type="checkbox"/></p> <p>B    <input type="checkbox"/>    <input type="checkbox"/></p> <p>C    <input type="checkbox"/>    <input type="checkbox"/></p>		
2	<p>Stellen Sie jeweils die HNF der Ebene E auf:</p> <p>a) E: <math>x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 1</math>    b) E: <math>\left[ \vec{x} - \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix} = 0</math></p>	<p>a) _____ = 0</p> <p>b) _____ = 0</p>		
3	<p>Bestimmen Sie den Abstand des Punktes P von der Ebene E: <math>x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 1</math>.</p> <p>a) P(0 0 0)    b) P(1 3 0)    c) P(2 1 1)</p>	<p>a) <math>d(P,E) = \frac{1}{\quad}</math></p> <p>b) <math>d(P,E) = \frac{\quad}{\quad}</math></p> <p>c) <math>d(P,E) = \frac{1}{\quad}</math></p>		
4	<p>Alle Punkte, welche von einer Ebene E den Abstand 3 haben, liegen</p> <p>A: auf zwei parallelen Geraden im Abstand 3.</p> <p>B: auf einer Geraden im Abstand 3.</p> <p>C: auf zwei parallelen Ebenen im Abstand 3.</p>	<p>Richtig ist:</p> <p>A <input type="checkbox"/></p> <p>B <input type="checkbox"/></p> <p>C <input type="checkbox"/></p>		
5	<p>Welcher der Punkte A(3 4 0), B(5 2 -1), C(0 0 -7) hat den Abstand 4 von der Ebene E: <math>2x_1 + x_2 - 2x_3 = 2</math>?</p>	<p>A <input type="checkbox"/>    B <input type="checkbox"/>    C <input type="checkbox"/></p>		
6	<p>Bestimmen Sie den Abstand</p> <p>a) der parallelen Ebenen E: <math>2x_1 - x_2 + 2x_3 = 1</math> und F: <math>2x_1 - x_2 + 2x_3 = 5</math>.</p> <p>b) der Ebene E: <math>3x_1 + 4x_3 = 1</math> und der zu E parallelen Geraden g: <math>\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}</math>.</p>	<p>a) <math>d(E, F) = \frac{\quad}{3}</math></p> <p>b) <math>d(g, E) = \frac{\quad}{5}</math>.</p>		
7	<p>In der Zeichnung sehen Sie eine Pyramide. Die notwendigen Daten sollen durch Ablesen bestimmt werden.</p> <p>a) Welche Höhe h hat die Pyramide.</p> <p>b) Bestimmen Sie das Volumen der Pyramide.</p>		<p>a) Für die Höhe h gilt:</p> <p><math>h = \underline{\quad} LE.</math></p> <p>b) Für das Volumen V gilt: <math>V = \underline{\quad} VE.</math></p>	

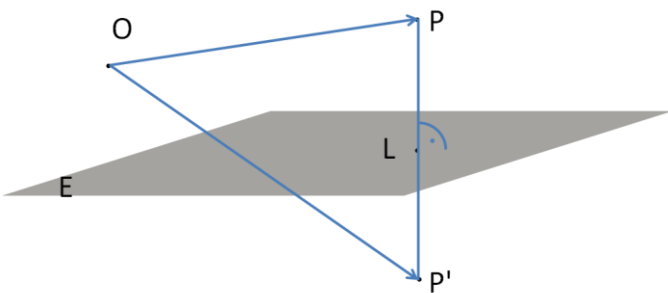
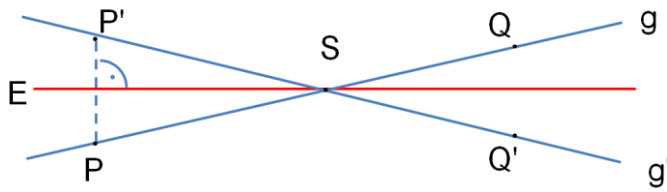


WADI Kursstufe B40		Abstand Punkt – Gerade	
Name: _____ Klasse: _____		r/f /n	
1	<p>Wahr oder falsch?</p> <p>Den Abstand eines Punktes P von einer Geraden g kann man durch</p> <p>A: Aufstellen einer Hilfsebene H durch P senkrecht zu g bestimmen.</p> <p>B: Aufstellen einer Hilfsebene H, welche P und g enthält, bestimmen.</p> <p>C: eine Extremwertbetrachtung (Abstand zweier Punkte) bestimmen.</p>	<p>Wahr    Falsch</p> <p>A    <input type="checkbox"/>    <input type="checkbox"/></p> <p>B    <input type="checkbox"/>    <input type="checkbox"/></p> <p>C    <input type="checkbox"/>    <input type="checkbox"/></p>	
2	<p>Gegeben sind der Punkt P(1 2 3) und die Gerade</p> <p><math>g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}</math>.</p>  <p>a) Stellen Sie eine Normalengleichung der Hilfsebene H auf (<math>H \perp g; P \in H</math>)</p> <p>b) Bestimmen Sie den Lotfußpunkt L.</p> <p>c) Bestimmen Sie den Abstand von P zu g.</p>	<p>a) <math>\left[ \vec{x} - \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ \quad \\ \quad \end{pmatrix} = 0</math></p> <p>b) L(____ ____ ____)</p> <p>c) <math>d(P,g) = \sqrt{\quad}</math></p>	
3	Geben Sie den Abstand des Punktes P(1 0 3) von der $x_1$ -Achse an.	$d = \quad$	
4	Bestimmen Sie den Abstand zwischen der Geraden $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ und dem Punkt P(-1 0 2).	$d(P,g) = \quad$	
5	<p>Gegeben sind die Gerade <math>g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}</math> und der Punkt P(1 2 3).</p> <p>a) Stellen Sie die Punkte der Geraden g als allgemeinen „laufenden“ Punkt <math>G_r</math> dar.</p> <p>b) Bestimmen Sie mit Hilfe von <math>G_r</math> die kleinste Entfernung d von P zu g.</p>	<p>a) <math>G_r(\text{____} \text{____} \text{____})</math></p> <p>b) <math>PG_r(\text{____} \text{____} \text{____})</math></p> <p><math>[d(r)]^2 = \quad</math></p> <p><math>r = \quad</math> ist Minimum</p> <p><math>d = \sqrt{\quad}</math>.</p>	
6	<p>Gegeben ist das Dreieck ABC mit A(1 0 1), B(2 2 1) und C(-1 2 1). Bestimmen Sie die Höhe <math>h_c</math> des Dreiecks und geben Sie diese auf zwei Dezimalstellen gerundet an.</p>	$h_c \approx \quad$	



WADI Kursstufe B42		Skalarprodukt																
Name: _____ Klasse: _____		r/f /n																
<b>1</b>	<p>Gegeben sind die Vektoren <math>\vec{a}</math>, <math>\vec{b}</math> und <math>\vec{c}</math>. Das Ergebnis folgender Rechnungen ist...</p> <p>a) <math>(\vec{a} \cdot \vec{b}) \cdot \vec{c}</math></p> <p>b) <math>(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{c}</math></p> <p>c) <math>(\vec{a} \cdot \vec{b}) + \vec{c}</math></p>	<p>— eine Zahl</p> <p>— ein Vektor</p> <p>— nicht definiert</p> <p>— 0</p> <p>— <math>\vec{0}</math></p>																
<b>2</b>	<p>Für das Skalarprodukt zweier Vektoren <math>\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}</math> und <math>\vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}</math> die den Winkel <math>\varphi</math> einschließen, gilt:</p> <p>A: <math>\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + a_3 \cdot b_3</math></p> <p>B: <math>\vec{a} \cdot \vec{b} =  \vec{a}  \cdot  \vec{b}  \cdot \cos(\varphi)</math></p> <p>C: <math>\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 \cdot b_1 \cdot a_2 \cdot b_2 \cdot a_3 \cdot b_3</math></p> <p>D: <math>\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 + b_1 + a_2 + b_2 + a_3 + b_3</math></p>	<table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>Richtig</th> <th>Falsch</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>A</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>B</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>C</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>D</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> </tbody> </table>		Richtig	Falsch	A	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	B	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	C	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	D	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
	Richtig	Falsch																
A	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																
B	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																
C	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																
D	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																
<b>3</b>	<p>Hat das Skalarprodukt zweier Vektoren <math>\vec{a}</math> und <math>\vec{b}</math> den Wert 0, so bedeutet dies:</p> <p>A: <math>\vec{a}</math> und <math>\vec{b}</math> sind parallel zueinander</p> <p>B: <math>\vec{a}</math> und <math>\vec{b}</math> sind orthogonal zueinander</p> <p>C: <math>\vec{a}</math> und <math>\vec{b}</math> sind Einheitsvektoren.</p>	<table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>Wahr</th> <th>Falsch</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>A</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>B</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>C</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> </tbody> </table>		Wahr	Falsch	A	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	B	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	C	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>				
	Wahr	Falsch																
A	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																
B	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																
C	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																
<b>4</b>	<p>Zeigen Sie mithilfe des Skalarproduktes, dass sich die Diagonalen des Quadrats ABCD mit A(5 1 0), B(1 5 2), C(-1 1 6) und D(3 -3 4) orthogonal schneiden.</p>	<p><math>\vec{AC} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix}; \vec{BD} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}</math></p> <p><math>\vec{AC} \cdot \vec{BD} = \dots</math> und <math>\vec{AC} \perp \vec{BD}</math></p>																
<b>5</b>	<p>Der Grundkreis des abgebildeten Kreiskegels liegt in einer Ebene parallel zur <math>x_1x_2</math>-Koordinatenebene. Zeigen Sie, dass die Höhe h senkrecht auf dem Grundkreis steht.</p>		<p>Der Grundkreis liegt in der Ebene _____, also <math>\vec{n} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}</math>.</p> <p>Die Höhe verläuft durch M und S auf der Geraden <math>h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix}</math>.</p> <p>Der Richtungsvektor dieser Geraden ist _____ zum Normalenvektor der Ebene <math>x_3 = \dots</math>, also <math>h \perp</math> E.</p>															

WADI Kursstufe B43		Orthogonalität, Winkel													
Name: _____ Klasse: _____		r/f /n													
1	<p>Sind die beiden Objekte orthogonal?</p> <p>a) g und h mit <math>g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}</math>; <math>h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}</math>.</p> <p>b) E: <math>x_1 - 2x_2 + x_3 = 2</math>; F: <math>3x_1 + x_2 - x_3 = -3</math></p> <p>c) <math>g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}</math>; E: <math>x_1 + 2x_2 + 8x_3 - 18 = 0</math></p>	<p>Die beiden Objekte sind orthogonal:</p> <table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">Ja</td> <td style="text-align: center;">Nein</td> </tr> <tr> <td>a)</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>b)</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>c)</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> </table>			Ja	Nein	a)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	b)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	c)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	Ja	Nein													
a)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>													
b)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>													
c)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>													
2	<p>Für welches a sind die beiden Vektoren orthogonal?</p> <p>a) <math>\vec{a} = \begin{pmatrix} a \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}</math> und <math>\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}</math> b) <math>\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ a \\ 1 \end{pmatrix}</math> und <math>\vec{b} = \begin{pmatrix} 2a \\ a \\ -3 \end{pmatrix}</math></p>	<p>a) a = _____</p> <p>b) a = __ oder a = __</p>													
3	<p>Bestimmen Sie eine Gleichung einer Geraden h, welche orthogonal zu E: <math>2x_1 + 2x_2 - x_3 = 1</math> ist und durch A(1 -1 5) verläuft.</p>	<p><math>h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ \phantom{0} \\ -1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ -1 \end{pmatrix}</math></p>													
4	<p>Die drei Punkte A, B und C mit A(1 0 1); B(2 3 1) und C(0 -5 1) sind die Eckpunkte eines Dreiecks. Ist dieses Dreieck rechtwinklig?</p>	<p>Das Dreieck ABC ist rechtwinklig:  <input type="checkbox"/> Ja <input type="checkbox"/> Nein</p>													
5	<p>Bestimmen Sie die Innenwinkelweiten <math>\alpha</math> und <math>\gamma</math> des Dreiecks ABC.  <i>Die Zeichnung ist nicht maßstabsgerecht.</i></p>	<p>Winkelweite <math>\alpha</math>  <input type="checkbox"/> 16,6° <input type="checkbox"/> 163,4°</p> <p>Winkelweite <math>\gamma</math>  <input type="checkbox"/> 30,9° <input type="checkbox"/> 149,1°</p>													
6	<p>Bestimmen Sie jeweils den Schnittwinkel <math>\varphi</math> von</p> <p>a) <math>g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}</math> und <math>h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}</math></p> <p>b) E: <math>x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 10</math> und F: <math>\left[ \vec{x} - \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = 0</math></p> <p>c) <math>g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}</math> und E: <math>\left[ \vec{x} - \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = 0</math>.</p>	<p>Auf eine Dezimale gerundet eintragen.</p> <p>a) <math>\varphi =</math> _____</p> <p>b) <math>\varphi =</math> _____</p> <p>c) <math>\varphi =</math> _____</p>													
7	<p>Gegeben sind die Gerade <math>g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}</math> und der Punkt A(0 5 3). Orthogonale Geraden zu g durch A gibt es ...</p> <p>A: .. genau eine</p> <p>B: .. unendlich viele, die in einer Ebene liegen</p> <p>C: .. unendlich viele, die alle parallel zueinander sind.</p>	<table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">Wahr</td> <td style="text-align: center;">Falsch</td> </tr> <tr> <td>A</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>B</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>C</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> </table>			Wahr	Falsch	A	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	B	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	C	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	Wahr	Falsch													
A	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>													
B	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>													
C	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>													

WADI Kursstufe B44		Spiegelung und Symmetrie										
Name: _____ Klasse: _____		r/f /n										
1	Spiegeln Sie den Punkt $P(1 0 2)$ am Punkt $Z(2 3 1)$ und geben Sie die Koordinaten des Spiegelpunktes $P'$ an.	$P' ( \_   \_   \_ )$										
2	Der Punkt $P$ soll an der Ebene $E$ gespiegelt werden. Welche Vektorkette/n ist/sind richtig?  	<input type="checkbox"/> $\vec{OP'} = \vec{OP} + 2\vec{PL}$ <input type="checkbox"/> $\vec{OP'} = \vec{OP} + \vec{PL}$ <input type="checkbox"/> $\vec{OP'} = \vec{OL} + \vec{LP'}$ <input type="checkbox"/> $\vec{OP'} = 2\vec{PL}$										
3	Der Punkt $P(0 1 4)$ soll an der Ebene $E: x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 3$ gespiegelt werden. Geben Sie die Koordinaten des Spiegelpunktes $P'$ an.	$P' ( \_   \_   \_ )$										
4	Bestimmen Sie eine Gleichung der Ebene $E$ , zu der die Punkte $A(1 -2 7)$ und $B(5 -2 3)$ symmetrisch sind.	$\left[ \vec{x} - \begin{pmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ 5 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{pmatrix} = 0$										
5	Bestimmen Sie eine Gleichung der Ebene $E$ , zu der die Ebenen $F$ und $G$ symmetrisch sind. $F: x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 0$ ; $G: x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 4$ .	$E: \underline{\hspace{5cm}}$										
6	Die Gerade $g$ soll an der Ebene $E$ gespiegelt werden. Welche Vorgehensweise ist richtig?   A: Spiegeln zweier Punkte von $g$ (z.B. $P$ und $Q$ ) an der Ebene $E$ ; $g'$ verläuft durch $P'$ und $Q'$ . B: Spiegeln eines Punktes $P$ von $g$ an der Ebene $E$ , ermitteln des Durchstoßpunktes $S$ von $g$ und $E$ , $g'$ verläuft durch $P'$ und $S$ .	<table border="0"> <tr> <td></td> <td>Richtig</td> <td>Falsch</td> </tr> <tr> <td>A</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>B</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> </table>			Richtig	Falsch	A	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	B	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	Richtig	Falsch										
A	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>										
B	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>										
7	Spiegeln Sie den Punkt $P(1 2 3)$ an der Geraden $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$ und geben Sie die Koordinaten von $P'$ an.	$P' ( \_   \_   \_ )$										

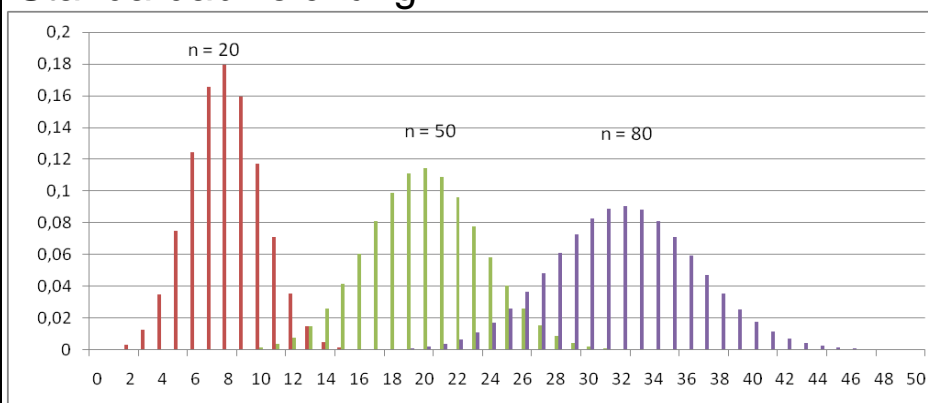
Name: \_\_\_\_\_ Klasse: \_\_\_\_\_

r/f  
/n

**1** Wahr oder falsch? Die Standardabweichung einer binomialverteilten Zufallsvariablen  
 a) ist ein Maß für die Breite der Verteilung  
 b) misst die gesamte Breite der Verteilung  
 c) gibt an, um wie viel der Erwartungswert unter der maximalen Trefferzahl liegt  
 d) ist ein Maß dafür, wie stark die Anzahl der Treffer auf lange Sicht von der zu erwartenden Trefferzahl abweicht.  
 e) misst den Abstand der beiden Trefferzahlen, deren Wahrscheinlichkeit ungefähr 0,1 ist.

	Wahr	Falsch
a)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
e)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**2** Die Grafik zeigt die Säulendiagramme dreier Binomialverteilungen. Bei allen ist  $p = 0,4$ . Welche Verteilung hat die größte, welche die kleinste Standardabweichung.



Die **größte** Standardabweichung hat die abgebildete Binomialverteilung  
 links ( $n = 20$ )  
 in der Mitte ( $n = 50$ )  
 rechts ( $n = 80$ ).  
 Die **kleinste** Standardabweichung hat die abgebildete Binomialverteilung  
 links ( $n = 20$ )  
 in der Mitte ( $n = 50$ )  
 rechts ( $n = 80$ ).

**3** Wie berechnet man die Standardabweichung  $\sigma$  einer binomialverteilten Zufallsvariablen  
 a)  $\sqrt{p \cdot n \cdot (n - 1)}$  b)  $\sqrt{n \cdot p \cdot (1 - p)}$  c)  $\sqrt{p \cdot n \cdot (p - 1)}$

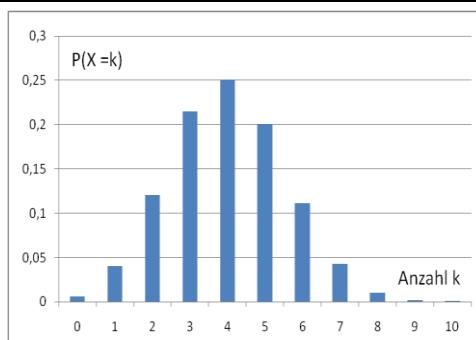
Richtig ist:

a)	b)	c)
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



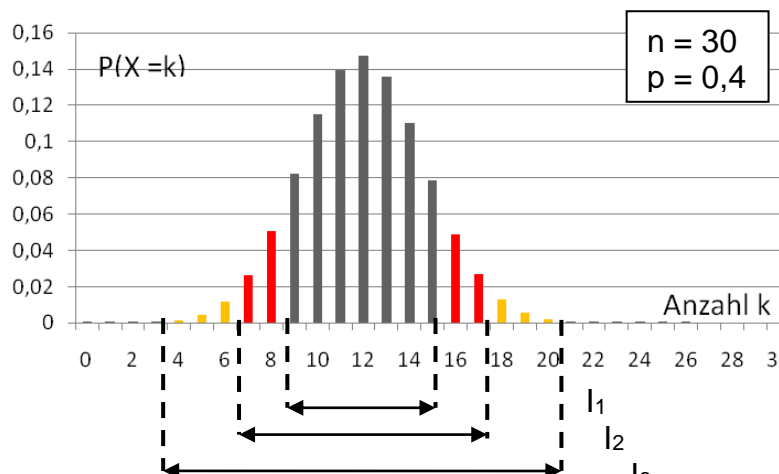
**4** Bestimmen Sie für eine binomialverteilte Zufallsvariable mit  $n = 100$  und  $p = 0,2$  die Standardabweichung  $\sigma$ .

16     8     4

**5** Die Abbildung zeigt das vollständige Säulendiagramm einer Binomialverteilung. Geben Sie den Erwartungswert  $\mu$  und die Standardabweichung  $\sigma$  an.



Erwartungswert  $\mu =$   
 0,25     4     10  
 $\sigma^2 =$   
 0,24     2,4  
 24     100  
 also Standardabweichung (2 Dezimale)  
 $\sigma \approx$  \_\_\_\_\_


WADI Kursstufe D14		Sigma-Regeln	
Name: _____ Klasse: _____		r/f /n	
<b>1</b> Gegeben ist eine binomialverteilte Zufallsvariable $X$ mit dem Erwartungswert $\mu = 50$ und der Standardabweichung $\sigma = 5$ . Wahr oder falsch? a) Das Intervall $[45; 55]$ nennt man $\sigma$ - Intervall. b) Mit einer Wahrscheinlichkeit von 86% liegt die Anzahl der Treffer von $X$ im Intervall $[45; 55]$ . c) Mit den Sigma-Regeln können Näherungswerte für Wahrscheinlichkeiten von Umgebungen des Erwartungswertes berechnet werden.	Wahr    Falsch a) <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> b) <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> c) <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>		
<b>2</b> Bei einer binomialverteilten Zufallsvariablen mit dem Erwartungswertes $\mu$ und der Standardabweichung $\sigma$ ist das $\sigma$ - Intervall A: $[\mu - \sigma; \mu + \sigma]$ B: $[\sigma - \mu; \sigma + \mu]$ C: $[\sigma; \mu]$	Richtig ist:		A    B    C <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>
<b>3</b> Bei einer binomialverteilten Zufallsvariablen liegen etwa a) 50%    b) 70%    c) 80% der Trefferzahlen im $\sigma$ -Intervall.	Richtig ist:		a)    b)    c) <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>
<b>4</b> Eine ideale Münze wird 100-mal geworfen. Die Zufallsvariable $X$ zählt die Anzahl der Wappen. Geben Sie das $2\sigma$ -Intervall und die ungefähre Wahrscheinlichkeit an, mit der die Anzahl der Treffer in diesem $2\sigma$ -Intervall liegt.	$2\sigma$ -Intervall = [__; __]  Die Wahrscheinlichkeit beträgt ca. __ %		
<b>5</b> Berechnen Sie das $\sigma$ -Intervall einer  $B(100; 0,4)$ - verteilten Zufallsvariablen.	$\mu = \underline{\quad}; \sigma \approx \underline{\quad}$  $\sigma$ -Intervall = [ __; __ ]		
<b>6</b> In welchem der abgebildeten Intervalle $I_1; I_2$ oder $I_3$ liegen ca. 95% der Trefferzahlen der binomialverteilten Zufallsvariable $X$ ? 			Richtig ist: $I_1$ $I_2$ $I_3$ <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>

WADI Kursstufe D15		Statistische Tests															
Name: _____ Klasse: _____		r/f /n															
<p><b>1</b> Statistische Tests ...</p> <p>a) .. sollen eine Entscheidungsvorschrift liefern, mit der man entscheiden kann, ob eine Annahme (Hypothese) richtig oder falsch ist.</p> <p>b) .. dienen dazu anhand einer Stichprobe auf die unbekannte, dem Zufallsexperiment zugrundeliegende Wahrscheinlichkeitsverteilung der untersuchten Zufallsvariablen zu schließen.</p> <p>c) .. helfen dabei eine Aussage darüber zu machen, ob eine Hypothese beibehalten werden kann oder verworfen werden sollte.</p> <p>d) .. können niemals absolute Sicherheit bieten. Auch wenn aufgrund einer Stichprobe eine Hypothese beibehalten wird, so kann sie trotzdem in der gesamten Grundmenge falsch sein.</p>	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 10%;"></th> <th style="width: 45%;">Wahr</th> <th style="width: 45%;">Falsch</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>a)</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>b)</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>c)</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>d)</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> </tbody> </table>		Wahr	Falsch	a)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	b)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	c)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	d)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
	Wahr	Falsch															
a)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>															
b)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>															
c)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>															
d)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>															
<p><b>2</b> Ordnen Sie die Begriffe richtig zu. Bei einem statistischen Test heißt ...</p> <p>A .. die zu überprüfende Hypothese <math>H_0</math> ... .</p> <p>B .. die Wahrscheinlichkeit mit der <math>H_0</math> abgelehnt wird, obwohl sie zutrifft .... .</p> <p>C .. der Bereich, in dem das Ergebnis der Stichprobe liegen muss, damit <math>H_0</math> nicht verworfen wird, ... .</p> <p>D ... die maximale Irrtumswahrscheinlichkeit ... .</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>___ Ablehnungsbereich</li> <li>___ Signifikanzniveau</li> <li>___ Ablehnungswahrscheinlichkeit</li> <li>___ Irrtumswahrscheinlichkeit</li> <li>___ Nullhypothese</li> <li>___ Gegenhypothese</li> <li>___ Annahmebereich</li> </ul>																
<p><b>3</b> Wahr oder falsch?</p> <p>a) Die Nullhypothese ist falsch, wenn das Stichprobenergebnis im Ablehnungsbereich liegt.</p> <p>b) Wird die Nullhypothese anhand eines Stichprobenergebnisses verworfen, so kann sie trotzdem richtig sein.</p> <p>c) Ändert man das Signifikanzniveau, so kann sich bei gleichem Ergebnis der Stichprobe aus der Ablehnung einer Nullhypothese deren Beibehaltung ergeben.</p> <p>d) Die Entscheidung für die Beibehaltung oder Ablehnung einer Nullhypothese wird anhand eines Annahme- und eines Ablehnungsbereichs getroffen.</p>	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 10%;"></th> <th style="width: 45%;">Wahr</th> <th style="width: 45%;">Falsch</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>a)</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>b)</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>c)</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>d)</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> </tbody> </table>		Wahr	Falsch	a)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	b)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	c)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	d)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
	Wahr	Falsch															
a)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>															
b)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>															
c)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>															
d)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>															



Name: \_\_\_\_\_ Klasse: \_\_\_\_\_

r/f  
/n

**1**  Ein Unternehmen produzierte in der Vergangenheit mit einer Ausschussrate von 7%. Nach einer Veränderung des Produktionsablaufs vermutet man, dass sich die Qualität verbessert hat.

a) Welche Nullhypothese  $H_0$  sollte man für einen statistischen Test wählen, der die Vermutung bekräftigt?

b) Welche Alternativhypothese  $H_1$  wählt man?

a) Für  $H_0$  gilt:

$p=0,7$         $p<0,07$   
  $p=0,07$       $p\geq 0,07$   
  $p=0,007$       $p\leq 0,07$   
  $p > 0,7$        $p>0,07$   
  $p\geq 0,7$       $p\leq 0,7$

b)  $H_1: p$  \_\_\_\_\_

**2** Julia behauptet, zwei verschiedene Wassersorten am Geschmack unterscheiden zu können. Ihre Freunde möchten dies testen: Julia trinkt 15 Proben. Mit einem Signifikanzniveau von 1% soll entschieden werden, ob Sie zufällig rät.

a) Wie ist die Nullhypothese zu wählen, wenn man davon ausgeht, dass sie rät?

b) Wie ist die Alternativhypothese zu wählen?

c) Handelt es sich um einen links- oder rechtsseitigen Test?

d) Bestimmen Sie mit Hilfe des abgebildeten GTR- Bildschirms den Annahmebereich.

X	$Y_1$
8	.69638
9	.84912
10	.94077
11	.98242
12	.99631
13	.99951
14	.99997

a) Für  $H_0$  gilt:

$p < 0,5$   
  $p = 0,5$   
  $p > 0,5$

b) Setzen Sie  $<$ ;  $=$ ;  $>$  ein:  
 $H_1$      $\_\_\_\_\_\_$      $H_0$

c) \_\_\_\_\_-seitig

d) Annahmebereich:  
 [  $\_\_\_\_\_\_$ ;  $\_\_\_\_\_\_$  ]

**3**  Für einen statistischen Test soll gelten:


$H_0: p \leq 0,12$ ;  $H_1: p > 0,12$ ;  
 Stichprobenumfang: 100

Welcher GTR-Befehl erzeugt die Tabelle, der kumulierten Wahrscheinlichkeiten?

```

Plot1 Plot2 Plot3
\Y1=binomcdf(100
,0.12,X
\Y2=normalcdf(10
0,0.12,X
\Y3=Poissonpdf(1
00,0.12,X
\Y4=
    
```

$Y_1$   
  $Y_2$   
  $Y_3$

**4**  Es wird ein statistischer Test mit folgenden Daten durchgeführt:

Stichprobenumfang  $n = 20$   
 Nullhypothese  $H_0: p = 0,7$ ;  $H_1: p < 0,7$  Signifikanzniveau  $\alpha = 2\%$ .

a) Handelt es sich um einen links- oder rechtsseitigen Test?

b) Bestimmen Sie den Annahmebereich.

c) Man ändert das Signifikanzniveau auf 5%. Wie verändert sich dann der Annahmebereich?

a) \_\_\_\_\_-seitig



b)  [ 0 ; 9]  
 [ 10 ; 20]  
 [ 17 ; 20]


c) Der Annahmebereich

wird kleiner  
 bleibt gleich  
 wird größer

Name: \_\_\_\_\_ Klasse: \_\_\_\_\_

r/f  
/n

<p><b>1</b> Wahr oder falsch?</p> <p> A: Beim Testen von Hypothesen ist ein Fehler 1. Art, eine Nullhypothese zurückzuweisen, obwohl sie wahr ist.</p> <p>B: Die Wahrscheinlichkeit, dass die Nullhypothese abgelehnt wird, obwohl sie richtig ist, heißt Fehler 1. Art (Irrtumswahrscheinlichkeit).</p> <p>C: Als Fehler 2. Art wird der Fehler bezeichnet, den man begeht, wenn man die Nullhypothese beibehält, obwohl die Alternativhypothese gilt.</p> <p>D: Im Gegensatz zum Fehler 1. Art lässt sich die Wahrscheinlichkeit für den Fehler 2. Art meist nicht berechnen.</p>	<table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>Wahr</th> <th>Falsch</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>A</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>B</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>C</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>D</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> </tbody> </table>		Wahr	Falsch	A	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	B	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	C	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	D	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
	Wahr	Falsch															
A	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>															
B	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>															
C	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>															
D	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>															
<p><b>2</b> Wie kann gleichzeitig die Wahrscheinlichkeit beider Fehler (1. und 2. Art) verkleinert werden?</p> <p>A: Annahmehereich von <math>H_0</math> vergrößern</p> <p>B: Annahmehereich von <math>H_0</math> verkleinern</p> <p>C: Stichprobenumfang <math>n</math> vergrößern</p> <p>D: Stichprobenumfang <math>n</math> verkleinern</p> <p>E: Signifikanzniveau verkleinern</p>	<p>Richtig ist/sind:</p> <p>A <input type="checkbox"/></p> <p>B <input type="checkbox"/></p> <p>C <input type="checkbox"/></p> <p>D <input type="checkbox"/></p> <p>E <input type="checkbox"/></p>																
<p><b>3</b> Jan hat einen Würfel, vom dem er der Meinung ist, dass dieser zu selten auf der „6“ liegen bleibt. Er möchte einen statistischen Test durchführen. Wie muss er die Nullhypothese wählen?</p>	<p>Nullhypothese <math>H_0</math>:</p> <p><input type="checkbox"/> <math>p &lt; \frac{1}{6}</math>      <input type="checkbox"/> <math>p = \frac{1}{6}</math></p> <p><input type="checkbox"/> <math>p &gt; \frac{1}{6}</math>      <input type="checkbox"/> <math>p \neq \frac{1}{6}</math></p>																
<p><b>4</b> Für einen rechtsseitigen statistischen Test gilt</p> <p> <math>H_0: p = 0,4; n = 50; \alpha = 2\%</math></p> <p>a) Bestimmen Sie den Annahmehereich.</p> <p>b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit für einen Fehler 1. Art.</p> <p>Die tatsächliche Wahrscheinlichkeit für einen Treffer beträgt 0,6.</p> <p>c) Gesucht ist jetzt die Wahrscheinlichkeit für einen Fehler 2. Art. Welcher GTR-Befehl führt zum Ziel?</p> <table border="1" data-bbox="159 1926 1085 2004"> <tr> <td>Plot1 Plot2 Plot3 √Y1 binomcdf(50, 0,4,0,5</td> <td>Plot1 Plot2 Plot3 √Y1 binomcdf(50, 0,4,X</td> <td>Plot1 Plot2 Plot3 √Y1 binomcdf(50, 0,6,X</td> </tr> </table> <p>d) Wie groß ist die gesuchte Wahrscheinlichkeit?</p>	Plot1 Plot2 Plot3 √Y1 binomcdf(50, 0,4,0,5	Plot1 Plot2 Plot3 √Y1 binomcdf(50, 0,4,X	Plot1 Plot2 Plot3 √Y1 binomcdf(50, 0,6,X	<p>a) <input type="checkbox"/> [0 ; 26] <input type="checkbox"/> [0 ; 27] <input type="checkbox"/> [0 ; 28]</p> <p>b) Auf 4 Stellen: ca. _____</p> <p>c) Kreuzen Sie an: <table border="1" data-bbox="1109 1848 1468 1892"> <tr> <td> </td> <td> </td> <td> </td> </tr> </table></p> <p>d) ca. ____ %</p>													
Plot1 Plot2 Plot3 √Y1 binomcdf(50, 0,4,0,5	Plot1 Plot2 Plot3 √Y1 binomcdf(50, 0,4,X	Plot1 Plot2 Plot3 √Y1 binomcdf(50, 0,6,X															

WADI Kursstufe D18		Stetig verteilte Zufallsvariablen	
Name: _____ Klasse: _____			r/f /n
1	<p>Eine stetige Zufallsvariable X ...</p> <p>a) .. ist nötig, wenn die angenommenen Werte von X beliebige reelle Zahlen sein können.</p> <p>b) .. kann einen Wert x mit der Wahrscheinlichkeit <math>0 \leq P(X = x) \leq 1</math> annehmen.</p>	<p>Wahr Falsch</p> <p>a) <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/></p> <p>b) <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/></p>	
2	<p>Welche Eigenschaft(en) muss eine Funktion f haben, die eine Wahrscheinlichkeitsdichte über dem Intervall [a,b] beschreibt?</p> <p>a) <math>\int_a^b f(x)dx = 1</math>      b) <math>\int_0^\infty f(x)dx = 1</math></p> <p>c) für <math>x \in [a; b]</math> gilt <math>f(x) &gt; 0</math></p> <p>d) für <math>x \in [a; b]</math> gilt <math>f(x) \geq 0</math></p>	<p>Wahr Falsch</p> <p>a) <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/></p> <p>b) <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/></p> <p>c) <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/></p> <p>d) <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/></p>	
3	<p>Die Wahrscheinlichkeitsdichte...</p> <p>A... ist ein Wert, der beschreibt wie sicher der Wert einer Wahrscheinlichkeit ist.</p> <p>B... ist ein Hilfsmittel, mit dem sich die Wahrscheinlichkeit berechnen lässt, dass eine stetige Zufallsvariable zwischen zwei reellen Zahlen a und b liegt.</p> <p>C ... kann Werte größer als 1 annehmen.</p>	<p>Wahr Falsch</p> <p>A <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/></p> <p>B <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/></p> <p>C <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/></p>	
4	<p>Den Erwartungswert einer Zufallsvariablen X mit Werten zwischen a und b und der Wahrscheinlichkeitsdichte f berechnet sich:</p> <p>a) <math>\mu = \int_a^b x \cdot f(x)dx</math>      b) <math>\mu = \int_a^b f(x)dx</math></p>	Richtig ist ___)	
5	<p>Der Graph zeigt die Wahrscheinlichkeitsdichte f über [0; 1,5]. Lesen Sie ab:</p> <p>a) <math>P(X = 0)</math>      b) <math>P(X &lt; 1)</math> c) <math>P(1 \leq X \leq 1,5)</math>.</p>	<p>a) <math>P(X = 0) = \underline{\hspace{2cm}}</math></p> <p>b) <math>P(X &lt; 1) = \underline{\hspace{2cm}}</math></p> <p>c) <math>P(1 \leq X \leq 1,5) = \underline{\hspace{2cm}}</math></p>	
6	<p>Gegeben ist f mit <math>f(x) = k \cdot x</math> mit <math>k \in \mathbb{R}</math>.</p> <p> a) Bestimmen Sie k so, dass f eine Wahrscheinlichkeitsdichte über [0; 2] wird.</p> <p>b) Die Zufallsvariable X besitzt die Wahrscheinlichkeitsdichte f. Bestimmen Sie den Erwartungswert <math>\mu</math> der Zufallsvariablen X.</p> <p>c) Bestimmen Sie <math>P(0 \leq X \leq 1)</math>.</p>	<p>a) <math>k =</math>  <input type="checkbox"/> 0   <input type="checkbox"/> <math>\frac{1}{2}</math>   <input type="checkbox"/> 1   <input type="checkbox"/> 2</p> <p>b) <math>\mu =</math>  <input type="checkbox"/> 0   <input type="checkbox"/> <math>\frac{1}{2}</math>   <input type="checkbox"/> 1   <input type="checkbox"/> <math>\frac{4}{3}</math></p> <p>c) <input type="checkbox"/> 0   <input type="checkbox"/> <math>\frac{1}{2}</math>   <input type="checkbox"/> 1</p>	

Name: \_\_\_\_\_ Klasse: \_\_\_\_\_

r/f  
/n

1 Die Gauß'schen Glockenfunktionen  $\varphi_{\mu;\sigma}$  sind gegeben durch  $\varphi_{\mu;\sigma}(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$ .



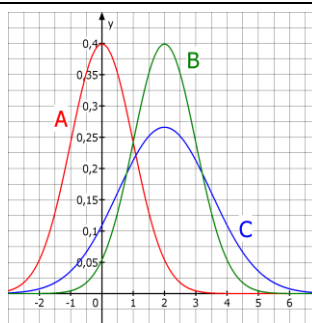
- a) Füllen Sie die Tabelle aus.  
 b) Sind die Aussagen wahr oder falsch?  
 A: Je kleiner  $\sigma$  ( $\sigma > 0$ ) ist, desto „breiter“ und „flacher“ ist der Graph der Funktion.  
 B: Das Maximum liegt an der Stelle  $x = \mu$ .  
 C: der Graph ist symmetrisch zur y-Achse.

a) gerundet auf 2 Dezimale:

x	$\varphi_{0;1}(x)$
0	
1	
2	

- b) Wahr Falsch  
 A    
 B    
 C

2 Ordnen Sie den Graphen die richtige Gaußsche Glockenfunktion zu.



- \_\_\_\_\_  $\varphi_{1;0}$   
 \_\_\_\_\_  $\varphi_{0;2}$   
 \_\_\_\_\_  $\varphi_{2;1,5}$   
 \_\_\_\_\_  $\varphi_{2;1}$   
 \_\_\_\_\_  $\varphi_{3;2}$   
 \_\_\_\_\_  $\varphi_{0;1}$

3 In der Abbildung sind drei Funktionsterme im GTR-Fenster dargestellt. Welcher erzeugt den Graphen der Glockenfunktion  $\varphi_{5;2}(x)$ ?



```
Plot1 Plot2 Plot3
\Y1▣normalpdf(X,
2,5)
\Y2▣normalpdf(X,
5,2)
\Y3▣normalcdf(X,
5,2)
```

Richtig ist:

- Y<sub>1</sub>  Y<sub>2</sub>  Y<sub>3</sub>

4 Wie entsteht der Graph der Funktion f mit  $f(x) = \frac{1}{5\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \cdot (\frac{x-7}{5})^2}$  aus dem Graphen der Gauß-Funktion  $\varphi_{0;1}$  ?

- Kreuzen Sie entsprechend an.  
 a) vertikale Stauchung mit dem Faktor ...  
 b) horizontale Dehnung mit dem Faktor ...  
 c) horizontale Verschiebung um ... nach ...

- a) 5  1/5   
 7  1/7   
 b) 5  1/5   
 7  1/7   
 c) 5  1/5   
 7  1/7   
 links   
 rechts

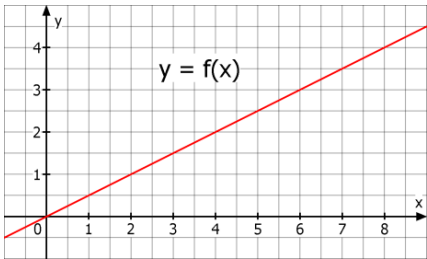
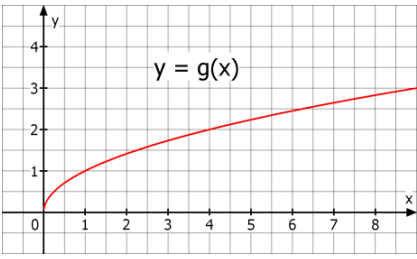
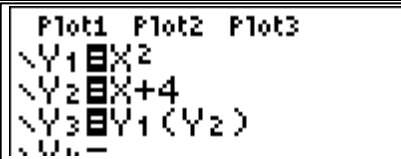
5 Gegeben ist die Gauß-Funktion  $\varphi_{5;2}(x)$ .



- a) Bestimmen Sie den Hochpunkt des Graphen.  
 b) Berechnen Sie  $\int_1^5 \varphi_{5;2}(x) dx$ .  
 c) Berechnen Sie  $\int_1^\infty \varphi_{5;2}(x) dx$

- a)  $H \approx (\text{_____} | \frac{0,4}{\text{_____}})$   
 Auf 2 Dezimale gerundet:  
 b) \_\_\_\_\_  
 c) \_\_\_\_\_

WADI Kursstufe D20		Normalverteilungen	
Name: _____ Klasse: _____		r/f /n	
1	Füllen Sie die Lücken aus: a) Eine stetige Zufallsvariable X heißt _____ mit den Parametern $\mu$ und $\sigma$ wenn sie eine Gauß'sche Glockenfunktion $\varphi_{\mu;\sigma}$ als _____ besitzt. b) Normalverteilungen kann man verwenden, um Wahrscheinlichkeiten von ..... ..... näherungsweise zu berechnen.	a) _____ _____ _____ b) _____ _____ _____	
2	X sei eine normalverteilte Zufallsvariable mit $\mu = 10$ und $\sigma = 2$ . Die Wahrscheinlichkeit $P(a \leq X \leq b)$ berechnet sich A: $\int_a^b \varphi_{10;2}(x)dx$ B: $\int_2^{10} \varphi_{a;b}(x)dx$	Richtig ist: A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/>	
3	Unter der <i>Stetigkeitskorrektur</i> versteht man ... A: .. einen Korrekturterm, der zum Ausgleich von Rundungsfehlern subtrahiert wird. B: .. die Vergrößerung des Integrationsintervalls auf beiden Seiten um 0,5, wenn mit ganzzahligen Zufallsvariablen gearbeitet wird. C: .. $P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) \approx 68\%$	Richtig ist/sind: A <input type="checkbox"/>  B <input type="checkbox"/>  C <input type="checkbox"/>	
4	Welcher GTR-Befehl kann verwendet werden, um für die Normalverteilung $\varphi_{64;6}$ den Wert von $P(X \leq 70)$ zu bestimmen? A <code>normalcdf(-100,7 0,64,6</code> B <code>normalcdf(70,0,6 4,6</code> C <code>normalcdf(0,6,64 ,70</code>	Richtig ist/sind: A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/>	
5	Bestimmen Sie für eine normalverteilte Zufallsvariable X mit $\mu = 3$ und $\sigma = 2$ a) $P(X \leq 2)$ b) $P(2 \leq X \leq 4)$ c) $P(X \geq 4,5)$	a) $P(X \leq 2) = \underline{\hspace{2cm}}\%$ b) $P(2 \leq X \leq 4) = \underline{\hspace{2cm}}\%$ c) $P(X \geq 4,5) = \underline{\hspace{2cm}}\%$	
6	Die Zufallsvariable X sei binomialverteilt mit $n = 100$ und $p = 0,2$ . a) Der GTR-Befehl <code>binomcdf(100,0.2,25)</code> berechnet die Wahrscheinlichkeit für ..... Treffer. b) Bestimmen Sie mithilfe einer Approximation durch eine geeignete Normalverteilung A: $P(X \leq 25)$ B: $P(35 \leq X \leq 42)$ C: $P(X \geq 42)$	a) _____ b) Auf eine Dezimale angeben $\mu = \underline{\hspace{2cm}}$ ; $\sigma \approx \underline{\hspace{2cm}}$ A: $P(X \leq 25) \approx \underline{\hspace{2cm}}\%$ B: $P(25 \leq X \leq 30) \approx \underline{\hspace{2cm}}\%$ C: $P(X \geq 20) \approx \underline{\hspace{2cm}}\%$	

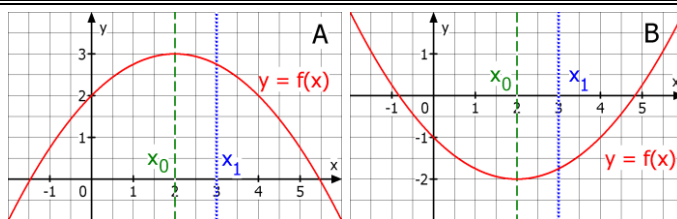
WADI Kursstufe C25		Verknüpfen von Funktionen	
Lösungen			r/f /n
1	<p>Verkettet man die Funktionen <math>u</math> und <math>v</math>, so bedeutet <math>(u \circ v)(x)</math>, dass im Funktionsterm von <math>e</math> <math>u</math> jedes <math>v(x)</math> durch <math>x</math> ersetzt wird.</p> <p>f) <math>u</math> jedes <math>x</math> durch <math>v(x)</math> ersetzt wird.</p> <p>g) <math>v</math> jedes <math>x</math> durch <math>u(x)</math> ersetzt wird.</p> <p>h) <math>v</math> jedes <math>u(x)</math> durch <math>x</math> ersetzt wird.</p>	<p><b>Ja</b>      <b>Nein</b></p> <p>a)   <input type="checkbox"/>      <input checked="" type="checkbox"/></p> <p>b)   <input checked="" type="checkbox"/>      <input type="checkbox"/></p> <p>c)   <input type="checkbox"/>      <input checked="" type="checkbox"/></p> <p>d)   <input type="checkbox"/>      <input checked="" type="checkbox"/></p>	
2	<p>Bestimmen Sie anhand der Graphen die gesuchten Funktionswerte.</p>  	<p>a) <math>f(g(1)) = 0,5</math></p> <p>b) <math>f(g(4)) = 1</math></p> <p>c) <math>g(f(2)) = 1</math></p> <p>d) <math>g(f(8)) = 2</math></p>	
3	<p>Gegeben sind die Funktionen <math>u</math> und <math>v</math> mit <math>u(x) = 2x^2</math> und <math>v(x) = x + 2</math>. Ordnen Sie den Verkettungen jeweils das richtige Ergebnis zu.</p> <p>A: <math>u(v(1))</math>      C: <math>u(u(0))</math></p> <p>B: <math>v(u(1))</math>      D: <math>v(u(-4))</math></p>	<p>— 3      — 16</p> <p>A 18      — 8</p> <p>C 0      B 4</p> <p>D 34      — 66</p>	
4	<p>Ist die Funktion aus den Funktionen <math>u</math> und <math>v</math> mit <math>u(x) = x^3</math> und <math>v(x) = 3x + 1</math> gebildet worden? Wenn ja, auf welche Art?</p> <p>A: <math>f(x)=6x+2</math>    B: <math>g(x)=3x^3+1</math>    C: <math>h(x)=x^3+3x+1</math></p> <p>D: <math>i(x)=x^6</math>      E: <math>j(x)=(3x+1)^3</math>    F: <math>k(x)=(3x+1)^2</math></p>	<p>C <math>u+v</math>      — <math>u:v</math></p> <p>— <math>u-v</math>      E <math>u \circ v</math></p> <p>— <math>u \cdot v</math>      B <math>v \circ u</math></p>	
5	<p>Wahr oder falsch:</p> <p>a) Bei der Verkettung von zwei Funktionen ist die Reihenfolge ohne Bedeutung.</p> <p>b) Eine Funktion kann nie mit sich selbst verkettet werden.</p> <p>c) Eine Verkettung von mehr als zwei Funktionen ist nicht möglich.</p> <p>d) Bei der Verkettung <math>(u \circ v)(x) = u(v(x))</math> ist <math>v</math> die innere und <math>u</math> die äußere Funktion.</p>	<p><b>Wahr</b>      <b>Falsch</b></p> <p>a)   <input type="checkbox"/>      <input checked="" type="checkbox"/></p> <p>b)   <input type="checkbox"/>      <input checked="" type="checkbox"/></p> <p>c)   <input type="checkbox"/>      <input checked="" type="checkbox"/></p> <p>d)   <input checked="" type="checkbox"/>      <input type="checkbox"/></p>	
6	<p>Welche Funktion entsteht bei der Verkettung mit dem GTR für <math>Y_3</math>?</p> 	<p><input type="checkbox"/> <math>f(x) = (x + 2)^4</math></p> <p><input type="checkbox"/> <math>f(x) = x^2 + 4</math></p> <p><input checked="" type="checkbox"/> <math>f(x) = (x + 4)^2</math></p>	

WADI Kursstufe C26		Ableitungsregeln																									
Lösungen			r/f /n																								
1	<p>Gegeben sind die Funktionen <math>f</math> und <math>g</math> durch <math>f(x) = (u \circ v)(x)</math> und <math>g(x) = (u \cdot v)(x)</math>. Dabei sind die Funktionen <math>u</math> und <math>v</math> differenzierbar.</p> <p>a) Die Zeichen <math>\circ</math> und <math>\cdot</math> bedeuten das Gleiche, also haben <math>f</math> und <math>g</math> die gleiche Ableitung.</p> <p>b) für <math>f'</math> gilt: <math>f'(x) = v'(x) \cdot u'(v(x))</math></p> <p>c) <math>f</math> und <math>g</math> müssen nicht differenzierbar sein.</p> <p>d) für <math>g'</math> gilt: <math>g'(x) = u'(x) \cdot v'(x) + u(x) \cdot v(x)</math></p> <p>e) <math>f(x)</math> schreibt man auch als <math>u(v(x))</math>.</p>	<p><b>Wahr Falsch</b></p> <p>a) <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/></p> <p>b) <input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/></p> <p>c) <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/></p> <p>d) <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/></p> <p>e) <input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/></p>																									
2	<p>Welche der Ableitungsregeln (Potenz-, Produkt- oder Kettenregel (Pot, Pro oder Ket)) hilft beim Ableiten der Funktionen?</p> <p>A: <math>f(x) = \frac{1}{x^2}</math>    B: <math>g(x) = \sin(x^2)</math>    C: <math>h(x) = \sqrt{3 + x^3}</math></p> <p>D: <math>i(x) = 2x \cdot \cos(x)</math>    E: <math>m(x) = \frac{1}{2}x^2 \cdot (1 - x)^2</math></p>	<table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>Pot</th> <th>Pro</th> <th>Ket</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>A</td> <td>X</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>B</td> <td>X</td> <td></td> <td>X</td> </tr> <tr> <td>C</td> <td>X</td> <td></td> <td>X</td> </tr> <tr> <td>D</td> <td>X</td> <td>X</td> <td></td> </tr> <tr> <td>E</td> <td>X</td> <td>X</td> <td>X</td> </tr> </tbody> </table>		Pot	Pro	Ket	A	X			B	X		X	C	X		X	D	X	X		E	X	X	X	
	Pot	Pro	Ket																								
A	X																										
B	X		X																								
C	X		X																								
D	X	X																									
E	X	X	X																								
3	<p>Bei <math>u \circ v</math> mit <math>u(x) = x^2</math> und <math>v(x) = \sin(x)</math> ist</p> <p>a) <math>\cos(x)</math> die Ableitung der äußeren Funktion.</p> <p>b) <math>\cos(x)</math> die Ableitung der inneren Funktion.</p>	<p><b>Richtig Falsch</b></p> <p>a) <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/></p> <p>b) <input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/></p>																									
4	<p>Gegeben sind die Funktionen <math>f</math> und <math>g</math> durch <math>f(x) = (3 - x)^4</math> und <math>g(x) = (2 + x) \cdot (1 + 4x)^4</math>. Ergänzen Sie die Lücken in der Ableitung:</p> <p>a) <math>f'(x) = \square \cdot (3 - x)^3</math></p> <p>b) <math>g'(x) = (1 + 4x)^4 + (2 + x) \cdot \square \cdot (1 + 4x)^3</math></p>	<p>Für <input type="checkbox"/> muss stehen:</p> <p>a) - 4</p> <p>b) 16</p>																									
5	<p>Entscheiden Sie, welches die Ableitung von <math>f</math> mit <math>f(x) = (3x + 5) \cdot \sin(x)</math> ist.</p> <p>a) <math>f'(x) = 3 \cdot \cos(x)</math>    b) <math>f'(x) = 3x \cdot \cos(x)</math></p> <p>c) <math>f'(x) = 3 \cdot \sin(x) + (3x + 5) \cdot \cos(x)</math></p> <p>d) <math>f'(x) = 3 \cdot \cos(x) + (3x + 5) \cdot \sin(x)</math></p>	<p><b>Richtig ist:</b></p> <p>a) <input type="checkbox"/></p> <p>b) <input type="checkbox"/></p> <p>c) <input checked="" type="checkbox"/></p> <p>d) <input type="checkbox"/></p>																									
6	<p>Geben Sie zur Funktion <math>f</math> jeweils <math>f'(3)</math> an.</p> <p>a) <math>f(x) = (x + 5)^2</math>    b) <math>f(x) = (-3x + 5)^2</math></p> <p>c) <math>f(x) = \frac{1}{(x - 5)^2}</math>    d) <math>f(x) = \frac{9}{(4x - 6)^2}</math></p>	<p>Es ist <math>f'(3)</math></p> <p>a) 16    b) 24</p> <p>c) <math>\frac{1}{4}</math>    d) <math>-\frac{1}{3}</math></p>																									
7	<p>Gegeben ist die Funktion <math>f</math> mit <math>f(x) = (2x + 1)^3</math>.</p> <p>a) Welche Steigung hat der Graph in <math>P(-2 f(-2))</math>?</p> <p>b) An welcher Stelle hat der Graph eine waagrechte Tangente?</p>	<p>a) Steigung <math>m = 54</math></p> <p>b) Stelle <math>x = -0,5</math></p>																									

Lösungen

r/f  
/n

1 Entscheiden Sie, welche Aussagen zutreffen.

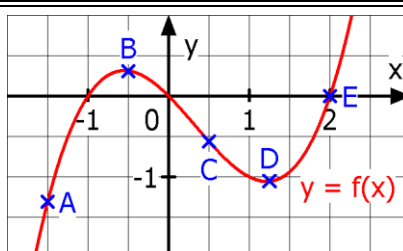


Trifft im dargestellten Intervall zu für den Graphen in

- |    | A                                   | B                                   |
|----|-------------------------------------|-------------------------------------|
| a) | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            |
| b) | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> |
| c) | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> |
| d) | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            |
| e) | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            |

- a) Der Graph von  $f$  ist eine Rechtskurve.  
 b) Der Graph von  $f$  ist eine Linkskurve.  
 c) Der Graph von  $f'$  steigt streng monoton.  
 d) Es ist  $f''(x_0) < 0$ .  
 e) Es ist  $f''(x_1) < 0$ .

2 Tragen Sie in der Tabelle ein, ob  $f(x)$ ,  $f'(x)$  und  $f''(x)$  in den markierten Punkten positiv ( $>0$ ), negativ ( $<0$ ) oder Null sind.



	$f(x)$	$f'(x)$	$f''(x)$
A	$<0$	$>0$	$<0$
B	$>0$	$=0$	$<0$
C	$<0$	$<0$	$=0$
D	$<0$	$=0$	$>0$
E	$=0$	$>0$	$>0$

3 Entscheiden Sie anhand der 2. Ableitung, ob der Extrempunkt P ein Hochpunkt (HP) oder Tiefpunkt (TP) des Graphen von  $f$  ist.

- a)  $f(x) = x^2 + 6x + 5$ ,  $P(-3 | -4)$   
 b)  $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x$ ,  $P(-2 | 20)$   
 c)  $f(x) = 0,75x^4 - x^3 - 3x^2$ ,  $P(2 | -8)$

- a)  $f''(-3) = 2$   
 HP  TP   
 b)  $f''(-2) = -18$   
 HP  TP   
 c)  $f''(2) = 18$   
 HP  TP

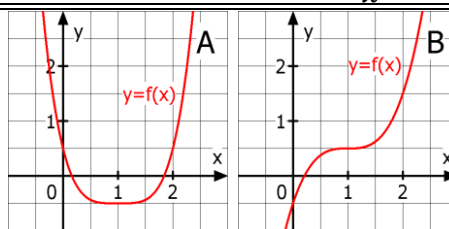
4 Berechnen Sie die Hochpunkte (HP) und Tiefpunkte (TP) des Graphen von  $f$ .

- a)  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$       b)  $f(x) = x + \frac{4}{x}$

- a) HP(0 | 2)  
 TP(2 | -2)  
 b) TP(2 | 4)  
 HP(-2 | -4)

5 Welche Aussagen sind zutreffend?

- a)  $f'(1)=0$  und  $f''(1)=0$   
 b)  $f'$  wechselt bei  $x = 1$  sein Vorzeichen.  
 c) Für  $x = 1$  hat der Graph einen Sattelpunkt.  
 d)  $f'$  wechselt bei  $x = 1$  sein Vorzeichen nicht.  
 e) Für  $x = 1$  hat der Graph einen Extrempunkt.



Trifft zu für den Graphen in

- |    | A                                   | B                                   |
|----|-------------------------------------|-------------------------------------|
| a) | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| b) | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            |
| c) | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> |
| d) | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> |
| e) | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            |

6 Eine ganzrationale Funktion  $f$  ...

- a) ... vom Grad 2 hat genau eine Extremstelle.  
 b) ... mit genau drei verschiedenen Extremstellen ist mindestens vom Grad 4.  
 c) ... vom Grad  $n$  hat höchstens  $n$  Extremstellen.

Richtig Falsch

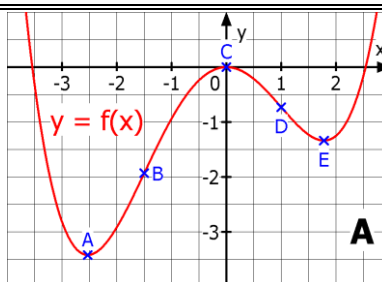
- |    |                                     |                                     |
|----|-------------------------------------|-------------------------------------|
| a) | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            |
| b) | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            |
| c) | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> |



Lösungen

r/f  
/n

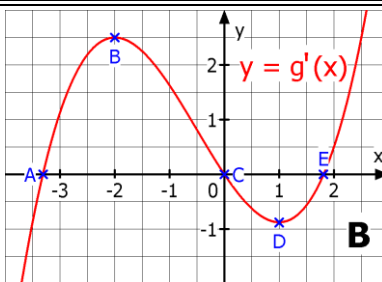
1 Abb. A zeigt den Graphen einer Funktion  $f$ . Die markierten Punkte sind entweder Extrempunkte (HP oder TP) oder Wendepunkte (WP). Füllen Sie die Tabelle aus.



Die Punkte sind für den Graphen von  $f$

	HP	TP	WP
A	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
B	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
C	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
D	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
E	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

2 Abb. B zeigt den Graphen der Ableitung einer Funktion  $g$ . Die markierten Punkte sind entweder Extrempunkte (HP oder TP) oder Wendepunkte (WP) des Graphen von  $g$ . Füllen Sie die Tabelle aus.



Die Punkte sind für den Graphen von  $g$

	HP	TP	WP
A	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
B	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
C	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
D	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
E	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

3 Entscheiden Sie, ob die Aussagen zur Funktion  $f$  bzw. zu ihrem Graphen wahr oder falsch sind.  
 a) Wendestellen von  $f$  sind Extremstellen von  $f'$ .  
 b) in einem Wendepunkt geht der Graph immer von einer Links- in eine Rechtskurve über.  
 c) Gilt  $f'(x_0) = 0$ ,  $f''(x_0) = 0$  und  $f'''(x_0) \neq 0$ , so ist  $W(x_0 | f(x_0))$  Sattelpunkt des Graphen von  $f$ .

	Wahr	Falsch
a)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
c)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

4 Welche der angegebenen Stellen sind Wendestellen der Funktion  $f$  mit  $f(x) = x^4 - 6x^2 - 8x$ ?  
 $x_1 = -3$ ,  $x_2 = -2$ ,  $x_3 = -1$ ,  $x_4 = 1$ ,  $x_5 = 2$ ,  $x_6 = 3$

Wendestellen sind

<input type="checkbox"/> $x_1$	<input type="checkbox"/> $x_2$	<input checked="" type="checkbox"/> $x_3$
<input checked="" type="checkbox"/> $x_4$	<input type="checkbox"/> $x_5$	<input type="checkbox"/> $x_6$

5 Welche der angegebenen Gleichungen gehören zu Wendetangenten an den Graphen von  $f$  mit  $f(x) = \frac{1}{2}x^4 + x^3 + 1$   
 a)  $y = x$     b)  $y = 1$     c)  $x = 1$     d)  $y = x + 1,5$   
 e)  $y = x + 0,5$     f)  $y = -x + 1,5$

Gleichungen zu Wendetangenten sind:

a) <input type="checkbox"/>	d) <input checked="" type="checkbox"/>
b) <input checked="" type="checkbox"/>	e) <input type="checkbox"/>
c) <input type="checkbox"/>	f) <input type="checkbox"/>

6 Bestimmen Sie mit dem GTR die Wendepunkte des Graphen von  $f$  mit  $f(x) = 2x^4 + 8x^3 - 7x + 3$ .

Wendepunkte  
 $W_1 (-2|-15)$ ;  $W_2 (0|3)$

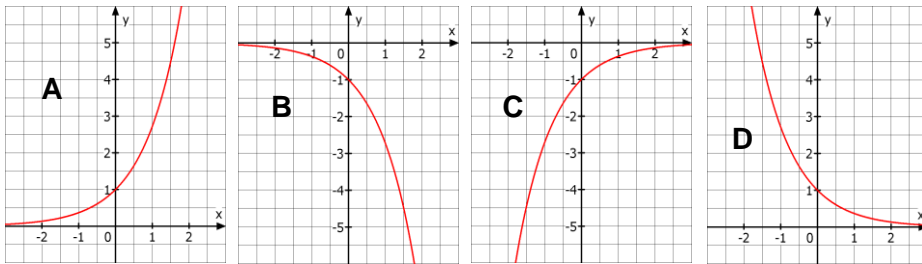
7 Jede ganzrationale Funktion...  
 a) ...mit ungeradem Grad größer 1 hat mindestens eine Wendestelle.  
 b) ...die symmetrisch zur  $y$ -Achse ist, hat mindestens eine Wendestelle.

	Richtig	Falsch
a)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungen

r/f  
/n

1 Ordnen Sie jeder Funktionsgleichung den passenden Graphen zu.



- D  $f(x) = e^{-x}$
- A  $g(x) = e^x$
- B  $h(x) = -e^x$
- C  $m(x) = -e^{-x}$

2 Welche Aussagen über die Zahl e sind wahr.  
 a) e ist eine reelle Zahl.    b) e ist ein Bruch.  
 c)  $e \approx 2,71828$ .            d) e hat eine Periode.

- Wahr ist:
- a)             b)
  - c)             d)

3 Sind die Umformungen richtig oder falsch?  
 a)  $e^x \cdot e^{2x} = e^{3x}$             b)  $2e^x \cdot 3e^x = 6e^x$   
 c)  $e^{x^2} = (e^x)^2$                 d)  $e^{2x} + (e^x)^3 = e^{5x}$   
 e)  $\frac{e^{2x}}{e^x} = e^{-x}$                  f)  $(-e)^x = e^{-x}$

- Richtig ist:
- a)             b)
  - c)                 d)
  - e)                 f)

4 Gegeben sind f mit  $f(x) = e^x$  und g mit  $g(x) = e^{-x}$ . Welche der Eigenschaften treffen auf den Graphen von f, welche auf g zu?  
 a) Der Graph ist streng monoton.  
 b) Der Graph ist immer rechtsgekrümmt.  
 c) Der Graph ist immer linksgekrümmt.  
 d) Der Graph verläuft durch den Punkt (1 | 0).  
 e) Der Graph schneidet die y-Achse bei 1.  
 f) Die positive x-Achse ist Asymptote.  
 g) Die negative x-Achse ist Asymptote.

	$e^x$	$e^{-x}$
a)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
b)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
d)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
e)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
f)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
g)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

5 Wahr oder falsch?  
 a) Aus f mit  $f(x) = e^x$  folgt  $f'(x) = x \cdot e^{x-1}$   
 b) Aus f mit  $f(x) = x \cdot e^x$  folgt  $f''(x) = (x + 2)e^x$   
 c) Aus f mit  $f(x) = (e^x)^2$  folgt  $f'(x) = 2e^{2x}$   
 d) Aus f mit  $f(x) = \frac{1}{e^x}$  folgt  $f'(x) = -e^{-x}$

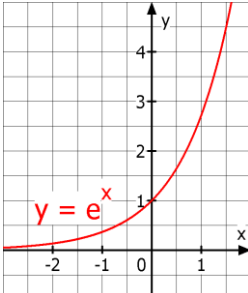
- |    | Wahr                                | Falsch                              |
|----|-------------------------------------|-------------------------------------|
| a) | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> |
| b) | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            |
| c) | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            |
| d) | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            |

6 Welche der Funktionen stimmt mit ihrer Ableitung überein?  
 $f(x) = 1,5e^{x-1} + 5$              $g(x) = 5e^{x+2}$   
 $h(x) = 2e^{-x} - 2e^x$              $k(x) = -e^{-x} + e^{x+1}$   
 $m(x) = -8e^x$

- f(x)             g(x)
- h(x)             k(x)
- m(x)

## Lösungen

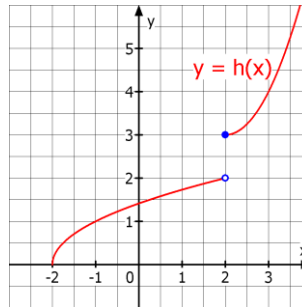
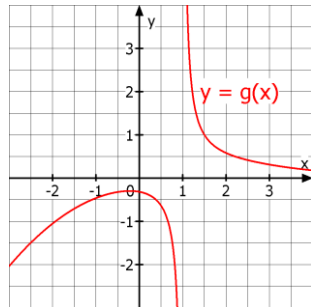
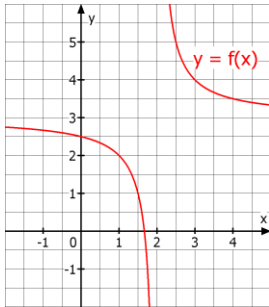
r/f  
/n

<b>1</b>	Ordnen Sie mithilfe des Graphen von $f$ mit $f(x) = e^x$ die folgenden Werte richtig zu. a) $e^{0,5}$ b) $\ln(1)$ c) $\ln(2)$ d) $\ln(0,5)$ e) $\ln(4)$ f) $e^{-1}$		f) 0,368 c) 0,693 b) 0 d) -0,693 e) 1,386 a) 1,649																		
<b>2</b>	Vereinfachen Sie: a) $\ln(e)$ b) $\ln(e^2)$ c) $\ln(\frac{1}{e})$ d) $\ln(1)$ e) $\ln(e^{-1})$ f) $e^{\ln(4)}$	a) 1      b) 2      c) -1 d) 0      e) -1      f) 4																			
<b>3</b>	Entscheiden Sie, ob die Aussage wahr ist. a) $\ln(2)$ ist die Zahl, die mit e potenziert 2 ergibt. b) $\ln(2)$ ist Lösung der Gleichung $e^x = 2$ . c) $\ln(2)$ ist Lösung der Gleichung $2^x = e$ . d) $\ln(2)$ ist die Zahl, die mit 2 potenziert e ergibt. e) $\ln(2)$ ist näherungsweise 0,693.	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 5%;"></th> <th style="width: 45%; text-align: center;">Wahr</th> <th style="width: 50%; text-align: center;">Falsch</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>a)</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input checked="" type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>b)</td> <td style="text-align: center;"><input checked="" type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>c)</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input checked="" type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>d)</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input checked="" type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>e)</td> <td style="text-align: center;"><input checked="" type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> </tbody> </table>		Wahr	Falsch	a)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	b)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	c)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	d)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	e)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
	Wahr	Falsch																			
a)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>																			
b)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																			
c)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>																			
d)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>																			
e)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																			
<b>4</b>	Welche Umformungen sind richtig? a) $\ln(e^x) = e$ ( $x \in \mathbb{R}$ )    b) $\ln(e^x) = x$ ( $x \in \mathbb{R}$ ) c) $e^{\ln(x)} = x$ ( $x \in \mathbb{R}^+$ )    d) $e^{\ln(x)} = \ln(x)$ ( $x \in \mathbb{R}$ )	Richtig ist: a) <input type="checkbox"/> b) <input checked="" type="checkbox"/> c) <input checked="" type="checkbox"/> d) <input type="checkbox"/>																			
<b>5</b>	Berechnen Sie die Nullstellen der Funktion $f$ a) $f(x) = e^x - e$ b) $f(x) = (x + 1) \cdot e^x$	Nullstelle a) $x = 1$ b) $x = -1$																			
<b>6</b>	Der Term $2^x$ ist äquivalent zu a) $\ln(e^{2x})$ b) $e^{\ln(2x)}$ c) $e^{x \ln(2)}$ d) $e^{x + \ln(2)}$	a) <input type="checkbox"/> b) <input type="checkbox"/> c) <input checked="" type="checkbox"/> d) <input type="checkbox"/>																			
<b>7</b>	Für welchen x-Wert nimmt die Funktion den Wert 12 an (auf zwei Dezimalen gerundet)? a) $f(x) = e^x$ b) $g(x) = e^{2x}$ c) $h(x) = 3e^x$ d) $k(x) = e^{3x+1}$	Der x-Wert ist a) 2,48      b) 1,24 c) 1,39      d) 0,49																			
<b>8</b>	Lösen Sie die Gleichung. a) $e^x = e^6$ b) $3^x = 9$ c) $e^x(e^x - 5) = 0$	a) 6      b) 2 c) $\ln(5)$																			
<b>9</b>	Sind die folgenden Schritte zur Lösung der Gleichung $e^{2x} - 10e^x + 9 = 0$ richtig? 1. Mit $z = e^x$ erhält man $z^2 - 10z + 9 = 0$ 2. Lösungen sind $z_1 = 9$ und $z_2 = 1$ . 3. Aus $e^x = 9$ und $e^x = 1$ erhält man als Lösungen der Gleichung $x_1 = \ln(9)$ oder $x_2 = 1$ .	Der Schritt ist <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 5%;"></th> <th style="width: 45%; text-align: center;">richtig</th> <th style="width: 50%; text-align: center;">falsch</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1.</td> <td style="text-align: center;"><input checked="" type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>2.</td> <td style="text-align: center;"><input checked="" type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>3.</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input checked="" type="checkbox"/></td> </tr> </tbody> </table>		richtig	falsch	1.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	2.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	3.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>							
	richtig	falsch																			
1.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																			
2.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																			
3.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>																			

Lösungen

r/f  
/n

1 Ordnen Sie den Funktionen ihre Polstelle zu:



Polstelle von

	f	g	h
x = 3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
y = 2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
x = 2	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
x = 1	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
y = 0	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
x = -2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
keine	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

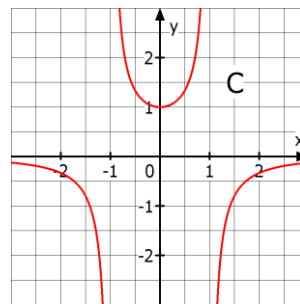
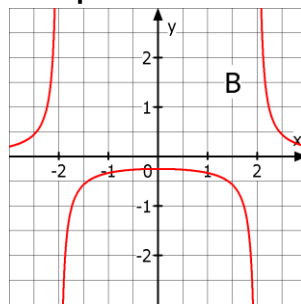
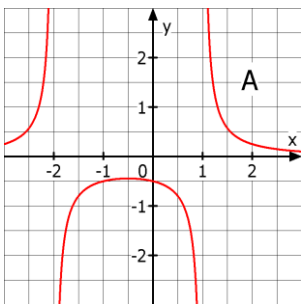
2 Welche Aussagen zur Funktion f sind wahr, welche falsch?

- a) Hat f eine Polstelle an der Stelle 3, so hat der Graph von f eine senkrechte Asymptote mit der Gleichung  $x = 3$ .
- b) Hat f eine Polstelle bei  $x_0$ , so gilt  $f(x_0) = \infty$ .
- c) Hat f eine Polstelle bei  $x_0$ , so ist f an der Stelle  $x_0$  nicht definiert.
- d) Hat f die Definitionslücke  $x_0$ , so hat f an dieser Stelle eine Polstelle.

Wahr Falsch

- a)
- b)
- c)
- d)

3 Ordnen Sie den Graphen die Funktionsterme zu:



- C  $\frac{1}{1-x^2}$
- A  $\frac{1}{(x-1)(x+2)}$
- $\frac{1}{x^2-1}$
- B  $\frac{1}{x^2-4}$

4 Gegeben sind die Funktionen f, g und h mit  $f(x) = \frac{7}{x-5}$ ,  $g(x) = \frac{e^x}{(x+3)^2}$  und  $h(x) = \frac{1}{x^2-4}$ .  
Geben Sie, wenn vorhanden, die Gleichungen der senkrechten Asymptoten der Graphen an.

- zu f:  $x = 5$
- zu g:  $x = -3$
- zu h:  $x = 2$  und  $x = -2$

5 Ordnen Sie eine passende Funktion zu:

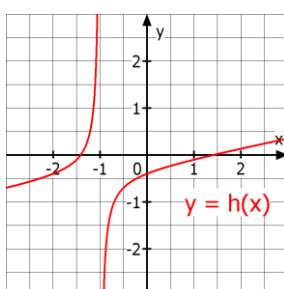
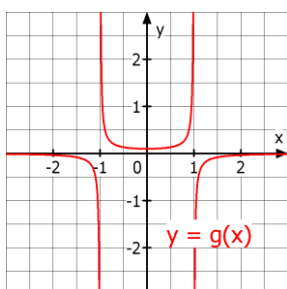
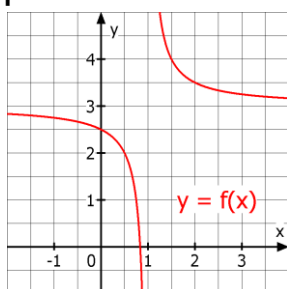
- a)  $x = 2$  ist Nullstelle und  $x = -1$  ist Polstelle der Funktion.
- b) Der Graph der Funktion hat senkrechte Asymptoten für  $x = -2$  und  $x = 1$ .

- a)  $f(x) = \frac{(x-2)}{(x+1)^2}$
- $g(x) = \frac{(x+1)}{(x-2)}$
- $h(x) = \frac{(x^2+1)}{(x+2)(x+1)}$
- b)  $m(x) = \frac{(x+1)}{(x+2)(x-1)}$

Lösungen

r/f  
/n

1 Welche waagrechte Asymptote gehört zum Graphen welcher Funktion?



	Graph von		
	f	g	h
x = 3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
y = 1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
x = 1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
y = 3	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
y = 0	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
x = -1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
keine	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

2  $f$  ist eine Funktion und für  $x \rightarrow \infty$  gelte  $f(x) \rightarrow 2$  aber  $f(x) \neq 2$ . Entscheiden Sie.

- a) Der Graph von  $f$  hat die waagrechte Asymptote mit der Gleichung  $y = 2$ .
- b) Der Graph von  $f$  hat die senkrechte Asymptote mit der Gleichung  $y = 2$ .
- c) Geht man auf der  $x$ -Achse immer weiter nach rechts, so nähern sich die Funktionswerte immer mehr der 2 an.
- d) Es gilt dann  $f(100) = 2$ .

	Wahr	Falsch
a)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
c)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

3 Gesucht sind die Funktionen, deren Graph die waagrechte Asymptote  $y = 2$  besitzt.

- a)  $f(x) = 2x^2 + 5$
- b)  $f(x) = \frac{2x+3}{x^2-1}$
- c)  $f(x) = \frac{x^2+1}{2x^2}$
- d)  $f(x) = 2 + \frac{1}{x^2}$
- e)  $f(x) = \frac{2x+1}{x-3}$
- f)  $f(x) = \frac{4x^2-5}{2x^2-4}$

Graph hat  $y = 2$  als waagrechte Asymptote

a) <input type="checkbox"/>	b) <input type="checkbox"/>
c) <input type="checkbox"/>	d) <input checked="" type="checkbox"/>
e) <input checked="" type="checkbox"/>	f) <input checked="" type="checkbox"/>

4 Geben Sie, wenn vorhanden, die Gleichung der waagrechten Asymptoten an.

- a)  $f(x) = \frac{x^2+4x}{x^3+6}$
- b)  $g(x) = \frac{x^2+2x}{x^2+3}$
- c)  $h(x) = \frac{6x^2+3x}{3x^2-1}$
- d)  $m(x) = \frac{2x^3}{x+1}$

- a)  $y = 0$
- b)  $y = 1$
- c)  $y = 2$
- d) keine

5 Für  $x \rightarrow \infty$  gilt für  $n \in \mathbb{N}$ : „ $e^x$  dominiert  $x^n$ .“ Welche Aussage ist dann richtig, welche falsch?

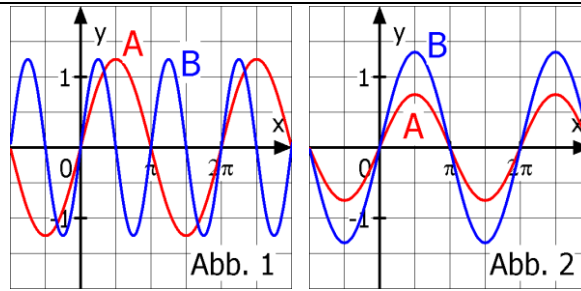
- a) Für  $x \rightarrow \infty$  gilt dann  $e^x \cdot x^2 \rightarrow \infty$ .
- b) Es existiert eine Zahl  $k > 0$  mit  $e^k > k^2$ .
- c) Für  $x \rightarrow \infty$  gilt dann  $\frac{x^3}{e^x} \rightarrow \infty$

	Richtig	Falsch
a)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungen

r/f  
/n

1 Was wurde vom Graphen A zum Graphen B verändert? Ordnen Sie jeder Abbildung die passende Aussage zu.



1	Die Periode wurde halbiert.
	Die Periode wurde verdoppelt.
	Die Amplitude wurde halbiert.
2	Die Amplitude wurde verdoppelt.

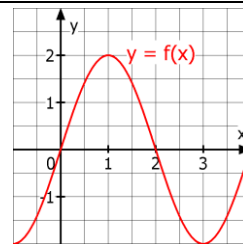
2 Gegeben sind die Funktionen  $f$  und  $g$  mit  $f(x) = -\sin(3(x + \frac{\pi}{2}))$  und  $g(x) = \sin(\frac{\pi}{4}(x - 3))$ . Welche Aussage trifft zu?  
 a) Für die Amplitude  $a$  gilt:  $|a| = 1$ .  
 b) Die Periode ist  $p = 8$ .  
 c) Graph ist gegenüber dem Graphen von  $\sin(x)$  um 3 in die positive  $x$ -Richtung verschoben.  
 d) Graph ist gegenüber dem Graphen von  $\sin(x)$  um  $\frac{\pi}{2}$  in die negative  $x$ -Richtung verschoben.

Die Aussage trifft zu für den Graphen von

	f	g
a)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
b)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
c)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
d)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

3 Ermitteln Sie anhand der Tabelle und dem Graphen die Amplitude, Periode und Gleichung von  $f$ .

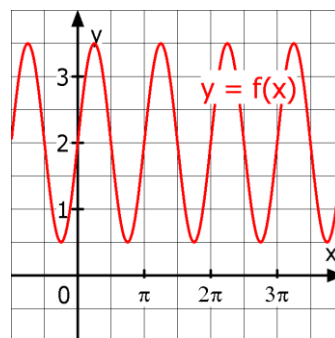
x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5
f(x)	0	1,41	2	1,41	0	-1,41	-2	-1,41



Amplitude = 2  
 Periode = 4  
 $f(x) = 2 \cdot \sin(\frac{\pi}{2} \cdot x)$

4 Welche der Funktionsgleichungen passen zu dem Graphen? Füllen Sie die Tabelle aus (Werte auf 2 Dezimalen gerundet):

x	-0,5	0	1	4	6
f(x)	0,74	2	3,36	3,48	1,20



$f(x) =$

- $1,5\sin(\frac{1}{2}x) + 2$
- $1,5\cos(2(x - \frac{\pi}{4})) + 2$
- $1,5\sin(2(x - \pi)) + 2$
- $1,5\sin(2x) + 2$
- $1,5\cos(2(x + \frac{\pi}{4})) + 2$

5 Gegeben ist die Funktion  $f$  mit  $f(x) = 3\sin(\pi x)$ . Geben Sie alle Nullstellen (NS) und Extremstellen (ES) im Intervall  $0 < x \leq 3$  an.

NS: 0 ; 1 ; 2 ; 3  
 ES: 0,5 ; 1,5 ; 2,5

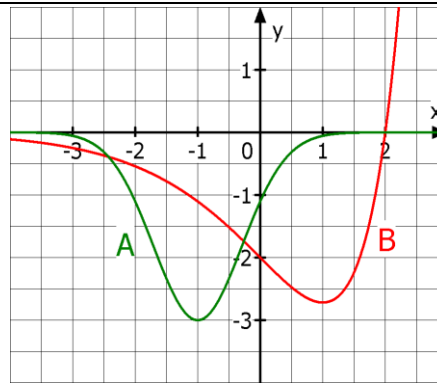
6 Geben Sie die Ableitung an:  
 a)  $f(x) = 5 \cdot \sin(3x) - \cos(x)$   
 b)  $g(x) = 2 \cdot \sin(8(x + 3))$

$f'(x) =$   
 $15\cos(3x) + \sin(x)$   
 $g'(x) = 16\cos(8(x+3))$

Lösungen

r/f  
/n

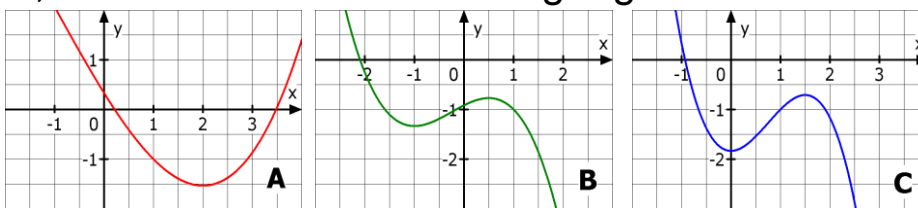
- 1 Treffen die folgenden Eigenschaften auf die Graphen A und B zu?
- a) Der Graph hat einen Tiefpunkt.
  - b) Die Steigung ist immer negativ.
  - c) Die x-Achse ist Asymptote für  $x \rightarrow \pm\infty$ .
  - d) Für  $x < 1$  ist die Steigung negativ.
  - e) Der Graph besitzt zwei Wendepunkte.
  - f) Der Graph verläuft nie oberhalb der x-Achse.



Die Eigenschaft trifft zu für

	Graph A	Graph B
a)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
b)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
e)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
f)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

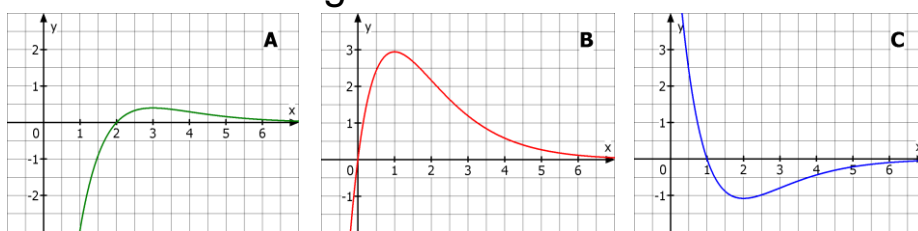
- 2 Für eine Funktion  $f$  soll gelten:  $f(1) = -1$ ,  $f'(1) = -1$  und  $f''(1) < 0$ . Welcher der Graphen A, B oder C erfüllt alle Bedingungen?



Der gesuchte Graph ist

- A
- B
- C

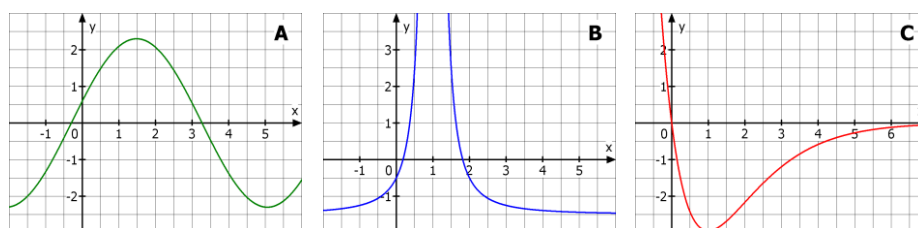
- 3 Die drei Abbildungen zeigen die Graphen einer Funktion  $f$  und ihre Ableitungen  $f'$  und  $f''$ . Ordnen Sie richtig zu.



Graph von

- $f$  B
- $f'$  C
- $f''$  A

- 4 Die Abbildungen gehören je zu einer gebrochenrationalen Funktion, zu einer Exponentialfunktion und zu einer trigonometrischen Funktion. Ordnen Sie richtig zu.



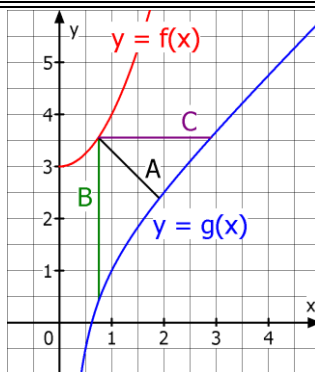
Graph einer

- B gebrochenrationalen Funktion
- C Exponentialfunktion
- A trigonometrischen Funktion

Lösungen

r/f  
/n

1 Gegeben sind für  $x > 0$  die Funktionen  $f$  mit  $f(x) = x^2 + 3$  und  $g$  mit  $g(x) = \frac{x^2+x-1}{x}$ .  
 a) Zeigt A, B oder C den Abstand der Graphen für  $x=0,75$ ?  
 b) Berechnen Sie die Stelle des minimalen Abstand der Graphen.



- a) Richtig ist:  
 A   
 B   
 C   
 b)  $x = 1$

2 Die zweimal differenzierbare Funktion  $f$  stellt den Gewinn eines Unternehmens im Laufe eines Jahres dar ( $x$  in Monaten,  $f(x)$  in Mio. €). Ordnen Sie den Textbeispielen den passenden mathematischen Ausdruck zu.  
 A: Der Monat mit dem höchsten Gewinn  
 B: Der größte erzielte Gewinn im Jahr  
 C: Der Gewinn im Monat März  
 D: Ein momentaner Gewinnzuwachs von 3 Mio €

- Ordnen Sie zu:  
 C  $f(3)$   
 B Funktionswert des Hochpunkts  
 D  $f'(x) = 3$   
 A x-Wert des Hochpunkts



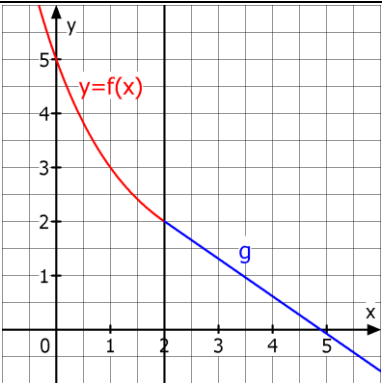
3 Lea will mit einer Schnur der Länge  $U = 3,58 \text{ m}$  ein Rechteck mit den Seitenlängen  $x$  und  $y$  (in m) mit einem möglichst großen Flächeninhalt  $A$  abstecken.  
 a) Welcher Ansatz passt zu dieser Aufgabe?  
 $U(x) = 3,58$  gesucht: Maximum von  $U = 2x + 2y$   
 $U(x) = 2x+y$  gesucht: Maximum von  $A = x \cdot y$   
 $3,58 = 2x+2y$  gesucht: Maximum von  $U = 2x + 2y$   
 $3,58 = 2x+2y$  gesucht: Maximum von  $A = x \cdot y$   
 b) Welche Funktion beschreibt das Problem?  
 A:  $f(x) = (3,58 - 2x) \cdot 2x$  B:  $f(x) = 3,58x - 2x^2$   
 C:  $f(x) = 1,79x - x^2$  D:  $f(x) = 1,79x - 2x^2$

- a) Richtig ist der Ansatz:  
  
  
  
  
 b) A  B   
 C  D

4 Der Umsatz eines Pizzaservice lässt sich für die letzten 20 Tage beschreiben durch  $U$  mit  $U(t) = 0,1t^3 - 2,3t^2 + 300$  ( $t$  in Tagen,  $U(t)$  in €).  
 a) An welchem Tag war der Umsatz am geringsten?  
 b) An welchem Tag war der Umsatzrückgang am größten?

- Richtig ist:  
 a)  am 1. Tag  
 am 15. Tag  
 am 16. Tag  
 b)  am 7. Tag  
 am 8. Tag  
 am 15. Tag



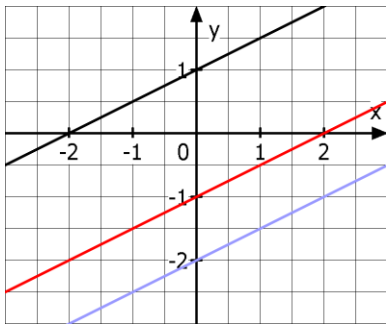
WADI Kursstufe C36		Tangentenprobleme	
Lösungen			r/f /n
1	Ist die Funktion $f$ differenzierbar und $P(u f(u))$ ein Punkt des Graphen von $f$ , so lautet die Gleichung der Tangente an den Graphen von $f$ in $P$ : a) $y = f'(u) \cdot x - u + f(u)$ b) $y = f(u) \cdot (x - u) + f'(u)$ c) $y = f'(u) \cdot (x - u) + f(u)$	Richtig ist: a) <input type="checkbox"/> b) <input type="checkbox"/> c) <input checked="" type="checkbox"/>	
2	Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen über Tangenten wahr oder falsch sind. a) Die Gleichung einer Tangente kann man immer in der Form $y = m \cdot x$ schreiben. b) Jede Tangente schneidet die $x$ -Achse. c) Die Tangente in einem Punkt $(x_0 f(x_0))$ schneidet nie den Graphen der Funktion $f$ .	Wahr    Falsch a) <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> b) <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> c) <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>	
3	Geben Sie die Gleichung der Tangente an den Graphen von $f$ an der Stelle $x_1$ an. a) $f(x) = 0,5x^2$ mit $x_1 = 1$ b) $g(x) = \sin(x)$ mit $x_1 = \pi$ c) $h(x) = e^{2x}$ mit $x_1 = 0$	Tangenten: a) $y = 1 \cdot x + (-0,5)$ b) $y = -1 \cdot x + \pi$ c) $y = 2 \cdot x + 1$	
4	Gegeben ist die Funktion $f(x) = 4 - 0,5x^2$ .  a) Bestimmen Sie die Gleichung der Tangente an der Stelle $x = 1,5$ . b) Bestimmen Sie den Schnittpunkt $S$ der Tangenten mit der $x$ -Achse (auf drei Dezimalen gerundet).	a) $y = -1,5 \cdot x + 5,125$ b) $S ( 3,417   0 )$	
5	Die Gleichung der Tangente an den Graphen einer Funktion $f$ im Punkt $P$ lautet $y = 3x + 4$ . Entscheiden Sie, welches die zugehörige Normalengleichung im Punkt $P$ sein könnte.	<input type="checkbox"/> $y = -3x + 4$ <input type="checkbox"/> $y = \frac{1}{3}x - 2$ <input checked="" type="checkbox"/> $y = -\frac{1}{3}x + 2$	
6	 Das Schaubild zeigt für $x \leq 2$ den Graphen der Funktion $f$ mit $f(x) = 0,5^{x-2} + 1$ . Welche Gleichung gehört dann zu der Geraden $g$ ?	 <input type="checkbox"/> $g(x) = -2,86x + 7,3$ <input type="checkbox"/> $g(x) = -2,86x + 2,54$ <input checked="" type="checkbox"/> $g(x) = -0,693x + 3,39$	

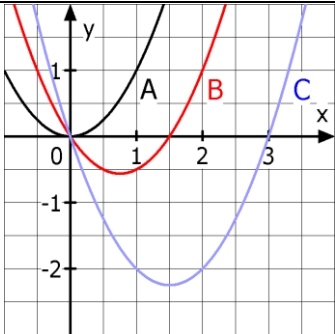
Lösungen

r/f  
/n

<b>1</b>	Sind die Aussagen zu einer Funktionenschar $f_t$ richtig oder falsch: a) Zu jedem Wert des Parameters $t$ gehört eine eigene Funktion mit einem eigenen Graphen. b) Es gilt immer $f_t(x) = f_x(t)$ für alle $x$ und $t$ . c) Beim Ableiten von $f_t(x)$ wird $t$ wie eine Konstante behandelt.	Richtig	Falsch
		a) <input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
		b) <input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
		c) <input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

<b>2</b>	Welche der Funktionen gehört zur Funktionenschar $f_t$ mit $f_t(x) = t - e^{-tx}$ ( $t \geq 0, x \in \mathbb{R}$ )?  a) $g(x) = 1 - e^{-x}$ b) $h(x) = e^{-x}$ c) $m(x) = 2 - \frac{1}{e^{2x}}$ d) $n(x) = -2 - e^{2x}$ e) $p(x) = 2 - e^{2x}$	Ja	Nein
		a) <input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
		b) <input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
		c) <input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
		d) <input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
		e) <input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

<b>3</b>	Die Graphen $f_{-1}, f_1$ und $f_2$ gehören zu einer Funktionenschar $f_t$ . Wie lautet ein Term für $f_t(x)$ ? a) $f_t(x) = 0,5tx + 1$ b) $f_t(x) = 0,5tx + t$ c) $f_t(x) = 0,5x + t$ d) $f_t(x) = 0,5x - t$		Die richtige Schargleichung ist:
			a) <input type="checkbox"/>
			b) <input type="checkbox"/>
			c) <input type="checkbox"/>
			d) <input checked="" type="checkbox"/>

<b>4</b>	Die Graphen A, B und C gehören zu der Funktionenschar $f_t$ mit $f_t(x) = x^2 - tx$ mit $t \geq 0$ und $x \in \mathbb{R}$ . Geben Sie zu jedem Graphen den zugehörigen Wert von $t$ an.		A $t = 0$
			B $t = 1,5$
			C $t = 3$

<b>5</b>	Die Graphen einer Funktionenschar a) verlaufen immer parallel zueinander. b) können einen gemeinsamen Punkt besitzen. c) haben für $x = 0$ alle die selbe Steigung.	Richtig	Falsch
		a) <input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
		b) <input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
		c) <input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

<b>6</b>	Ordnen Sie den gegebenen Funktionenscharen $f_t$ die richtige Ableitungsfunktion zu:  A $f_t(x) = 4x^2 - e^{tx}$ B $f_t(x) = 4tx^2 - e^x$	— $f'_t(x) = 8x - e^{tx}$
		A $f'_t(x) = 8x - te^{tx}$
		B $f'_t(x) = 8tx - e^x$
		— $f'_t(x) = 8x - e^x$

WADI Kursstufe C38		Änderung und Gesamtänderung		
Lösungen			r/f /n	
1	<p>Durch eine Pipeline fließt Öl. Dabei wird die momentane Durchflussrate gemessen. Diese misst, welche Menge an Öl ...</p> <p>a) .. insgesamt an einem ganzen Tag durch die Pipeline strömt.</p> <p>b) .. durch die Pipeline strömt.</p> <p>c) .. pro Zeiteinheit durch die Pipeline strömt</p> <p>d) .. im Durchschnitt durch die Pipeline strömt.</p>	<p>Richtig ist:</p> <p>a) <input type="checkbox"/></p> <p>b) <input type="checkbox"/></p> <p>c) <input checked="" type="checkbox"/></p> <p>d) <input type="checkbox"/></p>		
2	<p>Eine Pflanze wächst nach dem Einpflanzen in die Höhe.</p> <p>a) Wie viel cm wächst sie im 6. Monat?</p> <p>b) Um wie viel wächst sie innerhalb der ersten 12 Monate?</p> <p>c) Um wie viel in den folgenden zwei Jahren?</p> <p>d) Wie hoch ist sie nach drei Jahren, wenn sie beim Einpflanzen 10 cm hoch war?</p>		<p>a) 3 cm</p> <p>b) 36 cm</p> <p>c) 36 cm</p> <p>d) 82 cm</p>	
3	<p>Der Graph zeigt die Zu- bzw. Abflussrate in einen Gartenteich für einen Zeitraum von 8 Stunden.</p> <p>a) Welche Wassermenge fließt in diesem Zeitraum zu?</p> <p>b) Welche Menge fließt ab?</p> <p>c) Wie groß ist die Gesamtänderung der Wassermenge im Gartenteich?</p>		<p>Kreuzen Sie an:</p> <p>a) <input type="checkbox"/> 6 l</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 4,5 l</p> <p><input type="checkbox"/> 5,25 l</p> <p>b) <input type="checkbox"/> 7,5 l</p> <p><input type="checkbox"/> 4,5 l</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 5,25 l</p> <p>c) Zufluss von ___ l oder Abfluss von 0,75 l</p>	
4	<p>Für die Gesamtänderung einer Größe ...</p> <p>a) .. zählt man Flächeninhalte unterhalb der x-Achse negativ.</p> <p>b) .. addiert man alle Flächeninhalte.</p> <p>c) .. benötigt man den Ausgangswert der Größe nicht.</p>	<p>Richtig Falsch</p> <p>a) <input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/></p> <p>b) <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/></p> <p>c) <input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/></p>		

WADI Kursstufe C39		Stammfunktion, Integral																
Lösungen			r/f /n															
1	<p>Ist die Stammfunktion F zu f richtig berechnet?</p> <p>a) <math>f(x) = 0,2 \cdot x^3</math>, <math>F(x) = 0,05 \cdot x^4 + 6</math></p> <p>b) <math>f(x) = \frac{3}{x} + \frac{4}{x^2}</math>, <math>F(x) = 3 \cdot \ln x  - \frac{4}{x}</math></p> <p>c) <math>f(x) = e^{2x}</math>, <math>F(x) = e^{2x}</math></p> <p>d) <math>f(x) = 3\sin(2x)</math>, <math>F(x) = -1,5\cos(2x)</math></p>	<p>F(x) richtig?</p> <table> <tr> <td></td> <td>Ja</td> <td>Nein</td> </tr> <tr> <td>a)</td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>b)</td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>c)</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>d)</td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> </table>		Ja	Nein	a)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	b)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	c)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	d)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
	Ja	Nein																
a)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																
b)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																
c)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>																
d)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																
2	<p>Sei f eine auf I = (a;b) differenzierbare Funktion.</p> <p>a) Die Funktion f hat genau eine Ableitung, aber unendlich viele Stammfunktionen F.</p> <p>b) Sind F und G Stammfunktionen zu f, so ist auch die Summe F+G eine Stammfunktion zu f.</p> <p>c) Ist F Stammfunktion zu f, so gilt <math>f'(x) = F(x)</math>.</p> <p>d) Stammfunktionen von f unterscheiden sich nur durch eine Konstante.</p>	<table> <tr> <td></td> <td>Richtig</td> <td>Falsch</td> </tr> <tr> <td>a)</td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>b)</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>c)</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>d)</td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> </table>		Richtig	Falsch	a)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	b)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	c)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	d)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
	Richtig	Falsch																
a)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																
b)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>																
c)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>																
d)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																
3	<p>Gegeben ist die Funktion f mit <math>f(x) = 3x^2 - 4x</math>. Der Graph welcher Stammfunktion F zu f verläuft durch den Punkt P(1   4)?</p>	<input type="checkbox"/> $F(x) = x^3 - 2x^2 + 4$ <input checked="" type="checkbox"/> $F(x) = x^3 - 2x^2 + 5$ <input type="checkbox"/> keine ist richtig																
4	<p>F sei eine Stammfunktion zu dem dargestellten Graphen der Funktion f. Welche der Aussagen über die Stammfunktion F sind wahr, welche falsch?</p> <p>a) F hat bei <math>x = -2</math> ein lokales Maximum.</p> <p>b) F hat für <math>-2 \leq x \leq 2</math> genau zwei Wendestellen.</p> <p>c) Es gilt immer <math>F(0) = F(1,5)</math>.</p>	<table> <tr> <td></td> <td>Wahr</td> <td>Falsch</td> </tr> <tr> <td>a)</td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>b)</td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>c)</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> </tr> </table>		Wahr	Falsch	a)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	b)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	c)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>				
	Wahr	Falsch																
a)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																
b)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																
c)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>																
5	<p>Bestimmen Sie das Integral mithilfe der Flächeninhalte.</p> <p>a) <math>\int_{-2}^0 f(x) dx</math></p> <p>b) <math>\int_{-2}^1 f(x) dx</math></p> <p>c) <math>\int_0^2 f(x) dx</math></p> <p>d) <math>\int_{-2}^2 f(x) dx</math></p>	<table> <tr> <td>a)</td> <td><math>A_1 = 1,9</math></td> </tr> <tr> <td>b)</td> <td><math>A_1 + A_2 = 2,3</math></td> </tr> <tr> <td>c)</td> <td><math>A_2 - A_3 = 0,3</math></td> </tr> <tr> <td>d)</td> <td><math>A_1 + A_2 - A_3 = 2,2</math></td> </tr> </table>	a)	$A_1 = 1,9$	b)	$A_1 + A_2 = 2,3$	c)	$A_2 - A_3 = 0,3$	d)	$A_1 + A_2 - A_3 = 2,2$								
a)	$A_1 = 1,9$																	
b)	$A_1 + A_2 = 2,3$																	
c)	$A_2 - A_3 = 0,3$																	
d)	$A_1 + A_2 - A_3 = 2,2$																	
6	<p>Berechnen Sie:</p> <p>a) <math>\int_0^3 x^2 dx</math>    b) <math>\int_{-1}^3 3x^2 dx</math>    c) <math>\int_{-2}^{-1} (-2x) dx</math></p>	<table> <tr> <td>a)</td> <td>9</td> <td>b)</td> <td>28</td> </tr> <tr> <td>c)</td> <td>3</td> <td></td> <td></td> </tr> </table>	a)	9	b)	28	c)	3										
a)	9	b)	28															
c)	3																	

Lösungen

r/f  
/n

1 Entscheiden Sie, ob jeweils eine Integralfunktion zu f mit  $f(x) = x - 1$  vorliegt.

a)  $\int_2^x f(t)dt$

b)  $\int_2^5 f(t)dt$

c)  $\frac{1}{2}x^2 - x - 4$

d)  $\int_0^t f(t)dt$

Integralfunktion

	Ja	Nein
a)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
c)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

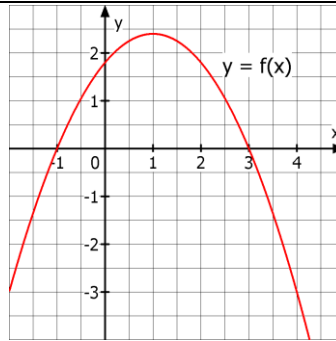
2 Sind die Aussagen zu Integralfunktionen I von f wahr oder falsch?

a)  $I_{-1}(x) > 0$  für  $-1 < x \leq 3$ .

b)  $I_3(x) < 0$  für  $x > 3$ .

c)  $I_{2,5}(4) > 0$

d)  $I_3(3) = 0$  und  $I_2(2) \neq 0$



Wahr Falsch

a)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
d)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

3 Wie lautet die Integralfunktion I<sub>a</sub> zur Funktion f?

a)  $f(x) = x - 2$ ;  $a = 0$

b)  $f(x) = x^2 + 3$ ;  $a = -1$

a)  $I_0(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x$

b)  $I_{-1}(x) = \frac{1}{3}x^3 + 3x + \frac{10}{3}$

4 Welcher GTR Befehl stellt die Integralfunktion I<sub>1</sub> zur Funktion f mit  $f(x) = x^2$  dar?



```
Plot1 Plot2 Plot3
\Y1=fnInt(X^2,1,X)
```

```
Plot1 Plot2 Plot3
\Y1=fnInt(X^2,X,X)
```

```
Plot1 Plot2 Plot3
\Y1=fnInt(X^2,X,1)
```

```
Plot1 Plot2 Plot3
\Y1=fnInt(X,X^2,1)
```

Kreuzen Sie das Feld mit dem richtigen Befehl an:

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

5 Den Graphen einer Funktion f zeigt Abb. 1. In Abb. 2 sind Stammfunktionen von f dargestellt. Ist eine davon die Integralfunktion I<sub>-2</sub>?

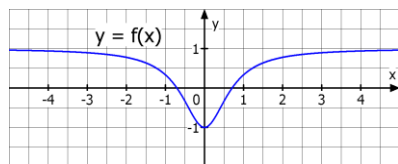


Abb. 1

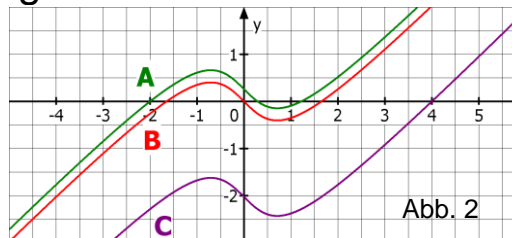


Abb. 2

A	<input checked="" type="checkbox"/>
B	<input type="checkbox"/>
C	<input type="checkbox"/>
keine	<input type="checkbox"/>

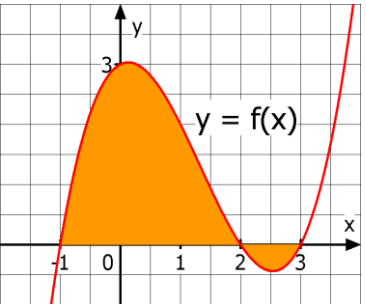
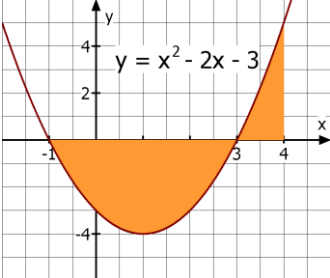
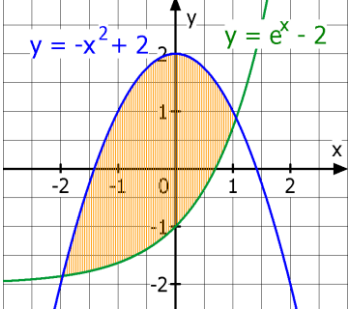
6 a) Integralfunktionen enthalten immer Integralzeichen.

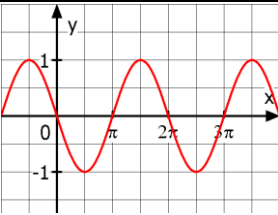
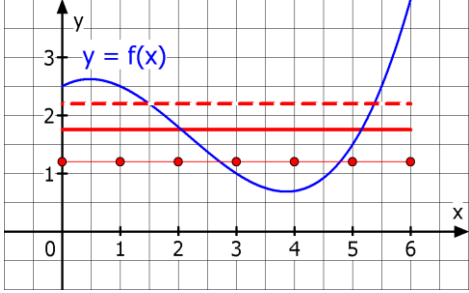



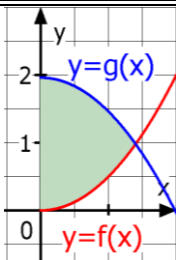
b) Integralfunktionen sind spezielle Stammfunktionen.




c) Die Funktionswerte einer Integralfunktion erhält man mithilfe der orientierten Flächeninhalte.

Richtig Falsch

a)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
b)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

WADI Kursstufe C41	Flächen										
<b>Lösungen</b>		r/f /n									
<p><b>1</b> Welcher Term berechnet den Inhalt der gefärbten Fläche?</p> <p>a) <math>\int_{-1}^3 f(x) dx</math></p> <p>b) <math>\int_{-1}^2 f(x) dx + \int_2^3 (-f(x)) dx</math></p> <p>c) <math>\int_{-1}^2 f(x) dx - \int_2^3 f(x) dx</math></p> <p>d) <math> \int_{-1}^3 f(x) dx </math></p>		<p>a) <input type="checkbox"/></p> <p>b) <input checked="" type="checkbox"/></p> <p>c) <input checked="" type="checkbox"/></p> <p>d) <input type="checkbox"/></p>									
<p><b>2</b> Berechnen Sie den Inhalt A der gefärbten Fläche. Die für die Berechnung notwendigen Grenzen sollen abgelesen werden.</p>		<p>A = 13</p> <p><i>Zusätzliche Hinweise</i></p> <p><math>F(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x</math></p> <p><math>[F(x)]_{-1}^3 = -\frac{32}{3}</math></p> <p><math>[F(x)]_3^4 = \frac{7}{3}</math></p>									
<p><b>3</b> Berechnen Sie den Flächeninhalt A, den der Graph der Funktion f mit <math>f(x) = x^3 - 3x</math> im Intervall <math>[-2 ; 3]</math> mit der x-Achse einschließt.</p>		<p>A = 13,75</p>									
<p><b>4</b> Die Funktion schließt mit der x-Achse eine Fläche ein. Berechnen Sie den Inhalt A der Fläche.</p> <p>a) <math>f(x) = -x^2 + 9</math></p> <p>b) <math>f(x) = x \cdot (x + 4) \cdot (x - 2)</math></p>		<p>a) A = 36</p> <p>b) <math>A = \frac{148}{3} \approx 49,33</math></p>									
<p><b>5</b> a) Berechnen Sie die Schnittstellen der beiden Graphen näherungsweise. b) Berechnen Sie den Inhalt A der gefärbten Fläche. Geben Sie das Ergebnis auf 2 Dezimalen gerundet an.</p>		<p>a) Schnittstellen</p> <p><math>x_1 = -1,96</math></p> <p><math>x_2 = 1,06</math></p> <p>b) A = 6,43</p>									
<p><b>6</b> Gegeben ist <math>\int_a^b (f(x) - g(x)) dx</math> mit <math>I = [a; b]</math>.</p> <p>a) Das Integral berechnet immer den Inhalt der Fläche zwischen den Graphen von f und g.</p> <p>b) Das Integral berechnet den Inhalt der Fläche zwischen den Graphen von f und g, wenn <math>f(x) \geq g(x)</math> für alle <math>x \in I</math>.</p>		<table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">Wahr</td> <td style="text-align: center;">Falsch</td> </tr> <tr> <td>a)</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input checked="" type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>b)</td> <td style="text-align: center;"><input checked="" type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> </table>		Wahr	Falsch	a)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	b)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	Wahr	Falsch									
a)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>									
b)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>									
<p><b>7</b> Berechnen Sie für <math>z \rightarrow \infty</math>.</p> <p>a) <math>\int_1^z \frac{1}{x^2} dx</math></p> <p>b) <math>\int_0^z 2e^{-x} dx</math></p>		<p>a) 1</p> <p>b) 2</p>									

WADI Kursstufe C42		Mittelwerte und Rotationskörper																
Lösungen			r/f /n															
1	Geben Sie den Mittelwert $\bar{m}$ für $f$ mit $f(x) = -\sin(x)$ auf dem Intervall a) $[0 ; 2\pi]$ b) $[0 ; 3\pi]$ an.		a) $\bar{m} = 0$ b) $\bar{m} = -\frac{2}{3\pi} \approx -0,21$															
2	Welche der eingezeichneten Strecken veranschaulicht den Mittelwert der Funktion $f$ auf dem Intervall $[0 ; 6]$ ?		Die <input type="checkbox"/> gestrichelte <input checked="" type="checkbox"/> durchgezogene <input type="checkbox"/> gepunktete Strecke.															
3	Man berechnet den Mittelwert $\bar{m}$ einer stetigen Funktion $f$ auf dem Intervall $[1 ; 5]$ durch a) $\bar{m} = \frac{1}{5} (f(1) + f(2) + f(3) + f(4) + f(5))$ b) $\bar{m} = \frac{1}{4} \cdot \int_1^5 f(x) dx$ c) $\bar{m} = \frac{1}{5} \cdot \int_1^5 f(x) dx$ d) $\bar{m} = \int_1^5 (\frac{1}{4} \cdot f(x)) dx$		<table border="0"> <thead> <tr> <th></th> <th>Richtig</th> <th>Falsch</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>a)</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>b)</td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>c)</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>d)</td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> </tbody> </table>		Richtig	Falsch	a)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	b)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	c)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	d)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	Richtig	Falsch																
a)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>																
b)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																
c)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>																
d)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																
4	 Die Herstellungskosten $K$ eines Hutes werden durch $K(x) = \frac{x+5}{x+1}$ modelliert. $K(x)$ sind die Kosten in € für den $x$ -ten Hut. Berechnen Sie die mittleren Kosten für die ersten 5 Hüte mit a) den Kosten $K(1), K(2), \dots, K(5)$ b) einem geeigneten Integral. c) Welches Ergebnis ist die exakte Lösung?		a) 2,16 € b) 2,10 € mit $\frac{1}{5-1} \int_1^5 K(x) dx$ c) Exakte Lösung: <input checked="" type="checkbox"/> a) <input type="checkbox"/> b)															
5	Der Graph der Funktion $f$ rotiert in $I = [a ; b]$ um die $x$ -Achse. Welcher Drehkörper entsteht? a) $f(x) = 2 ; I=[0 ; 3]$ b) $f(x) = -2x+4 ; I=[0;2]$		<input type="checkbox"/> Kugel b) <input type="checkbox"/> Kegel a) <input type="checkbox"/> Zylinder															
6	 Der Graph von $f$ mit $f(x) = x \cdot \sqrt{6-x}$ begrenzt mit der $x$ -Achse eine Fläche, die um die $x$ -Achse rotiert. Welches Volumen $V$ hat der Drehkörper?		$V =$ 108 <input type="checkbox"/> 23,52 <input type="checkbox"/> 339,29 <input checked="" type="checkbox"/> 34,38 <input type="checkbox"/>															
7	 Rotiert die gefärbte Fläche um die $x$ -Achse, so entsteht ein Rotationskörper. Welches Volumen $V$ erhält man für $f$ mit $f(x) = 0,5x^2$ und $g$ mit $g(x) = -0,5x^2 + 1,96$ ?		Volumen $V$ (gerundet) 3,59 <input type="checkbox"/> 9,02 <input type="checkbox"/> 2,87 <input type="checkbox"/> 11,26 <input checked="" type="checkbox"/>															

WADI Kursstufe C43		Exponentielles Wachstum																									
Lösungen			r/f /n																								
1	 Gegeben sind die Funktionen $f$ und $g$ mit $f(x) = 2 \cdot e^{kx}$ und $g(x) = c \cdot e^{3x}$ sowie der Punkt $P(1 4)$ , der auf den Graphen von $f$ und $g$ liegt. Bestimmen Sie $k$ und $c$ und geben Sie die Ergebnisse auf 2 Dezimalen gerundet an.	$k \approx 0,69$  $c \approx 0,20$																									
2	Die Wachstumsfunktion $f(t) = f(0) \cdot a^t$ lässt sich umschreiben in $f(t) = f(0) \cdot e^{kt}$ . Dabei gilt: a) $k = e^a$ b) $k = \ln(a)$ c) $a = e^k$ d) $a = \ln(k)$	<table border="0"> <tr> <td></td> <td>Richtig</td> <td>Falsch</td> </tr> <tr> <td>a)</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>b)</td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>c)</td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>d)</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> </tr> </table>		Richtig	Falsch	a)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	b)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	c)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	d)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>										
	Richtig	Falsch																									
a)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>																									
b)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																									
c)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																									
d)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>																									
3	 Für ein Wachstum $f$ mit $f(t) = c \cdot e^{kt}$ ist bekannt: a) $f(0) = 8, f(1) = 12$ b) $f(1) = 27, f(4) = 1$ Bestimmen Sie jeweils die Funktion $f$ . Geben Sie $c$ als ganze Zahl und $k$ auf 2 Dezimalen gerundet an.	a) $f(t) = 8 \cdot e^{0,41t}$  b) $f(t) = 81 \cdot e^{-1,10t}$																									
4	In einer Wertetabelle mit den $x$ -Werten $0,1, 2, \dots$ wachsen die $y$ -Werte exponentiell an, wenn benachbarte Werte a) konstante Differenz, b) konstantes Produkt, c) konstanten Quotienten, d) konstante absolute Abweichung, e) konstante prozentuale Abweichung besitzen.	<table border="0"> <tr> <td></td> <td>Richtig</td> <td>Falsch</td> </tr> <tr> <td>a)</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>b)</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>c)</td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>d)</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>e)</td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> </table>		Richtig	Falsch	a)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	b)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	c)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	d)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	e)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>							
	Richtig	Falsch																									
a)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>																									
b)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>																									
c)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																									
d)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>																									
e)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																									
5	 Die Funktion $B$ mit $B(t) = 1000 \cdot e^{0,02t}$ ( $t$ in Jahren) beschreibt das Bevölkerungswachstum einer Kleinstadt. Berechnen Sie die a) Bevölkerung nach 10 Jahren, b) prozentuale jährliche Zunahme, c) Wachstumsgeschwindigkeit nach 10 Jahren.	a) $B(10) \approx 1221$ b) $p \approx 2,02 \%$ c) $B'(10) \approx 24,4$																									
6	Für den radioaktiven Zerfall nach der Funktion $f$ mit $f(t) = f(0) \cdot e^{-kt}$ bedeuten $f(3)$ und $f'(3)$ a) zerfallende Atome in 3 Zeiteinheiten b) zerfallene Atome zum Zeitpunkt $t = 3$ c) vorhandene Atome zum Zeitpunkt $t = 3$ d) Zerfälle pro 3 Zeiteinheiten e) Zerfälle pro Zeiteinheit zum Zeitpunkt $t = 3$ f) Zerfallsgeschwindigkeit zum Zeitpunkt $t = 3$	<table border="0"> <tr> <td></td> <td colspan="2">Richtig ist für</td> </tr> <tr> <td></td> <td><math>f(3)</math></td> <td><math>f'(3)</math></td> </tr> <tr> <td>a)</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>b)</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>c)</td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>d)</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>e)</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>f)</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> </tr> </table>		Richtig ist für			$f(3)$	$f'(3)$	a)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	b)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	c)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	d)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	e)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	f)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	
	Richtig ist für																										
	$f(3)$	$f'(3)$																									
a)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																									
b)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																									
c)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																									
d)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																									
e)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>																									
f)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>																									



<b>Lösungen</b>	r/f /n
-----------------	-----------

<b>1</b> Sind die Aussagen für ein Wachstum der Form $f$ mit $f(t) = S - ce^{-kt}$ richtig oder falsch? a) Für $c > 0$ sind die Funktionswerte immer kleiner als der Wert $S$ . b) Für $k < 0$ erhält man einen beschränkten Zerfall. c) Für $c < 0$ gilt immer $f(t) > S$ . d) $k$ muss sowohl bei einem beschränkten Wachstum als auch Zerfall positiv sein.	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">Richtig</td> <td style="text-align: center;">Falsch</td> </tr> <tr> <td>a)</td> <td style="text-align: center;"><input checked="" type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>b)</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input checked="" type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>c)</td> <td style="text-align: center;"><input checked="" type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>d)</td> <td style="text-align: center;"><input checked="" type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> </table>		Richtig	Falsch	a)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	b)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	c)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	d)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	Richtig	Falsch														
a)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>														
b)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>														
c)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>														
d)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>														

<b>2</b> Für ein beschränktes Wachstum ist bekannt: $B(0)=1$ und $B(t+1) = B(t) + 0,02 \cdot (500 - B(t)); t \in \mathbb{N}$ . a) Geben Sie die Schranke $S$ an. b) Erstellen Sie eine Wertetabelle für $t = 1; 2; 3$ .	$S = 500$ Runden Sie jeweils auf ganze Zahlen. <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin-top: 5px;"> <tr> <td style="text-align: center;">t</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">3</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">B(t)</td> <td style="text-align: center;">11</td> <td style="text-align: center;">21</td> <td style="text-align: center;">31</td> </tr> </table>	t	1	2	3	B(t)	11	21	31
t	1	2	3						
B(t)	11	21	31						

<b>3</b> Für ein beschränktes Wachstum gilt: $f(t) = 10 - 0,2e^{-0,05t}$ . a) Geben Sie die Schranke $S$ an. b) Bestimmen Sie den Anfangswert für $t = 0$ . c) Bestimmen Sie die Wachstumsgeschwindigkeit zur Zeit $t = 2$ (auf 3 Dezimalen gerundet).	a) $S = 10$ b) $f(0) = 9,8$ c) $f'(2) \approx 0,009$
--	--

<b>4</b> Für ein beschränktes Wachstum der Form $f$ mit $f(t) = S - ce^{-kt}$ gilt: a) $f(t) \rightarrow S$ für $t \rightarrow \infty$ c) $f(1) = S - c$ b) $f(t) \rightarrow c$ für $t \rightarrow \infty$ d) $f(1) = S - \frac{c}{e^k}$	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">Richtig</td> <td style="text-align: center;">Falsch</td> </tr> <tr> <td>a)</td> <td style="text-align: center;"><input checked="" type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>b)</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input checked="" type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>c)</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input checked="" type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>d)</td> <td style="text-align: center;"><input checked="" type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> </table>		Richtig	Falsch	a)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	b)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	c)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	d)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	Richtig	Falsch														
a)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>														
b)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>														
c)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>														
d)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>														

<b>5</b> Für ein beschränktes Wachstum der Form $f(t) = S - ce^{-kt}$ ist bekannt: $f(t) = S - ce^{-kt}$ ist bekannt: a) $f(0) = 10, k = 0,05, S = 40$ b) $f(0) = 5, f(1) = 10, S = 200$ c) $f(0) = 8, f(1) = 7,5, k = 0,4$ Bestimmen Sie jeweils näherungsweise die Gleichung der Wachstumsfunktion.	a) $f(t) = 40 - 30e^{-0,05t}$ b) $f(t) = 200 - 195e^{-0,026t}$ c) $f(t) = 6,48 + 1,52e^{-0,4t}$
--	---

<b>6</b> Der Graph gehört zu einem beschränkten Wachstum. Bestimmen Sie anhand des Graphen a) die Schranke $S$ b) den Funktionswert $B(0)$ c) die Wachstumsgleichung.		a) $S =$ <input type="checkbox"/> 2 <input type="checkbox"/> 4 <input checked="" type="checkbox"/> 8 <input type="checkbox"/> 9 b) $B(0) =$ <input checked="" type="checkbox"/> 2 <input type="checkbox"/> 4 <input type="checkbox"/> 8 <input type="checkbox"/> 9 c) $k$ gerundet auf eine Dezimale $f(t) = 8 - 6 \cdot e^{-0,6t}$
--	--	--

Lösungen

r/f  
/n

**1** Für eine logistisches Wachstumsfunktion f gilt

$$f(t) = \frac{150}{1+14e^{-0,05t}}$$

a) Geben Sie die Schranke S an.  
b) Bestimmen Sie den Anfangswert für t = 0.  
c) Bestimmen Sie f(4) (auf 2 Dez. gerundet).

a) S = 150  
b) f(0) = 10  
c) f(4) ≈ 12,04

**2** Für ein logistisches Wachstum der Form f mit

$$f(t) = \frac{S}{1+ae^{-kt}}$$

ist bekannt:  
a) f(0)=2, k=0,05, S=80 b) f(0)=5, f(1)=10, S=100  
Bestimmen Sie jeweils näherungsweise einen Term für die Wachstumsfunktion.

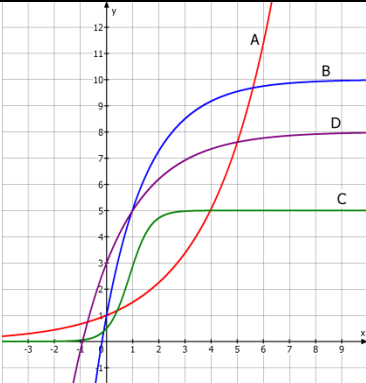
a)  $f(t) = \frac{80}{1+39e^{-0,05t}}$   
b)  $f(t) = \frac{100}{1+19e^{-0,75t}}$

**3** Die Höhe H einer Maispflanze wird durch die folgende logistische Wachstumsgleichung modelliert:  $H(t) = \frac{250}{1+49e^{-0,08t}}$ ; H(t) in cm; t in Tagen.  
Bestimmen Sie die bzw. den

a) Anfangshöhe und die Höhe nach 30 Tagen  
b) maximal erreichbare Höhe  
c) Zeitpunkt mit der Höhe 1,5 m  
d) Zeitpunkt der größten Wachstumsgeschwindigkeit.

a) H(0) = 5 cm  
H(30) ≈ 45,9 cm  
b) S = 250 cm  
c) t ≈ 53,7 Tage  
d) t ≈ 48,6 Tage

**4** Die Abbildung zeigt die Graphen von Wachstumsfunktionen. Welches Wachstum liegt vor?



Kreuzen Sie an:  
Ex... exponentiell  
Be... Beschränkt  
Lo... Logistisch  
K... Keines der drei

	Ex	Be	Lo	K
A	X			
B		X		
C			X	
D		X		

**5** Es soll durch eine Wachstumsfunktion modelliert werden. Welches Wachstum passt am besten?

a) Aufwärmen einer Flüssigkeit aus dem Kühlschrank auf Raumtemperatur.  
b) Verbreitung eines Gerüchts durch eine Person in einer Schule.  
c) Wasserstand an einer Hafemole.  
d) Bankguthaben bei konstanter Verzinsung.

Ex... exponentiell  
Be... Beschränkt  
Lo... Logistisch  
K... Keines der drei

	Ex	Be	Lo	K
a)		X		
b)			X	
c)				X
d)	X			

Lösungen

r/f  
/n

<b>1</b>	Die Differenzialgleichung (DGL) $f'(t) = k \cdot f(t)$ A: kann als Lösung auch eine Zahl besitzen B: hat f mit $f(t) = c \cdot e^{kt}$ als Lösungsfunktion. C: bedeutet, dass die momentane Änderungsrate proportional zum jeweiligen Funktionswert ist. D: $k > 0$ beschreibt einen exponentiellen Zerfall. E: wird durch eine Funktion gelöst, deren Ableitung ein Vielfaches der Funktion ist.	Richtig ist: A <input type="checkbox"/> B <input checked="" type="checkbox"/> C <input checked="" type="checkbox"/> D <input type="checkbox"/> E <input checked="" type="checkbox"/>
----------	--	---

<b>2</b>	Ein exponentielles Wachstum ist gegeben durch die Differenzialgleichung $f'(t) = 0,5 \cdot f(t)$ mit $f(0) = 10$ . Bestimmen Sie a) die Lösung der Differenzialgleichung b) die Wachstumsgeschwindigkeit zu Beginn.	a) <input checked="" type="checkbox"/> $f(t) = 10 \cdot e^{0,5t}$ <input type="checkbox"/> $f(t) = 0,5 \cdot e^{10t}$ <input type="checkbox"/> $f(t) = 5 \cdot e^{10t}$ b) $f'(0) = 5$
----------	---	---

<b>3</b>	Gegeben sind die Graphen zweier exponentieller Wachstumsfunktionen f und g. Geben Sie die zugehörige Differenzialgleichung anhand der Graphen an.		a) $f'(t) = k \cdot f(t)$ $k =$ <input type="checkbox"/> 0,5 <input checked="" type="checkbox"/> -0,5 <input type="checkbox"/> 2 b) $g'(t) = k \cdot g(t)$ $k =$ <input type="checkbox"/> -1 <input type="checkbox"/> 1 <input checked="" type="checkbox"/> 0,1
----------	---	--	--

<b>4</b>	Die Differenzialgleichung des beschränkten Wachstums ist $f'(t) = k \cdot (S - f(t))$ , $k > 0$ . Dies bedeutet, dass die Wachstumsgeschwindigkeit a) konstant k ist, b) betragsmäßig für $t \rightarrow \infty$ immer mehr abnimmt, c) den maximalen Wert S hat, d) proportional zum Sättigungsmanko $S - f(t)$ ist, e) immer positiv ist, wenn $S > f(t)$ .	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <thead> <tr> <th></th> <th>Richtig</th> <th>Falsch</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>a)</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>b)</td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>c)</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>d)</td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>e)</td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> </tbody> </table>		Richtig	Falsch	a)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	b)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	c)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	d)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	e)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	Richtig	Falsch																		
a)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>																		
b)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																		
c)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>																		
d)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																		
e)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																		

<b>5</b>	Kreuzen Sie an, welches Wachstum gegebenenfalls vorliegen kann. a) monoton steigender Bestand b) monoton fallende Änderungsrate c) konstante Verdopplungszeit d) konstante Wachstumsgeschwindigkeit e) durch Schranke begrenzt	E... Exponentiell B... Beschränkt L... Logistisch K... Keines der drei <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <thead> <tr> <th></th> <th>E</th> <th>B</th> <th>L</th> <th>K</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>a)</td> <td>X</td> <td>X</td> <td>X</td> <td></td> </tr> <tr> <td>b)</td> <td></td> <td>X</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>c)</td> <td>X</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>d)</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td>X</td> </tr> <tr> <td>e)</td> <td></td> <td>X</td> <td>X</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>		E	B	L	K	a)	X	X	X		b)		X			c)	X				d)				X	e)		X	X	
	E	B	L	K																												
a)	X	X	X																													
b)		X																														
c)	X																															
d)				X																												
e)		X	X																													

Lösungen

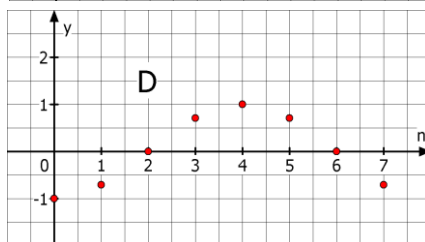
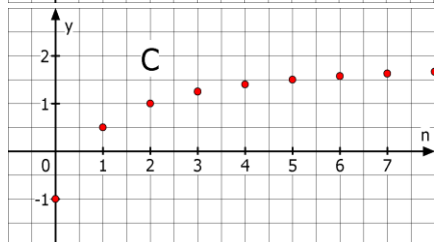
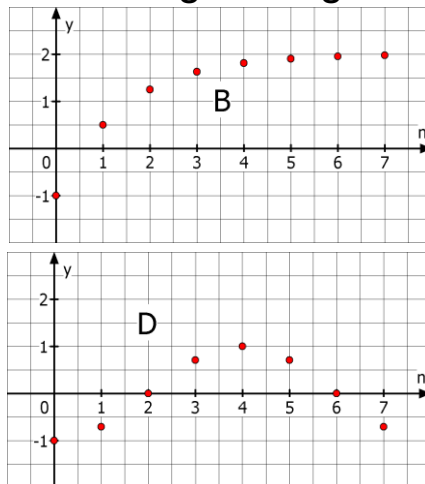
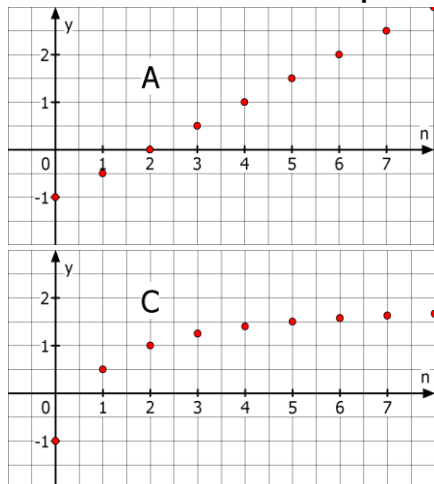
r/f  
/n

**1** Gegeben sind für  $n \in \mathbb{N}$  die Folgen a und b mit  $a(n) = n^2 + 23$  und  $b(n) = 2 \cdot b(n - 1)$ ;  $b(0)=4$ . Was trifft zu?  
 a) Einzelne Folgenglieder können nur mit Hilfe des Vorgängers berechnet werden.  
 b) Für  $n = 3$  hat das Folgenglied den Wert 32.  
 c) Die Folge ist explizit dargestellt  
 d) Die Folge ist rekursiv dargestellt  
 e) Jedes Folgenglied kann durch das Einsetzen eines Wertes für n direkt berechnet werden.

Trifft zu für die Folge

	a	b
a)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
b)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
c)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
e)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**2** Ordnen Sie die Graphen der richtigen Folge zu.



- C  $s(n) = -1 + \frac{3n}{n+1}$
- D  $t(n) = -\cos(n \cdot \frac{\pi}{4})$
- A  $u(n) = u(n-1) + 0,5$  mit  $u(0) = -1$
- B  $v(n) = 2 - 3 \cdot 2^{-x}$

*Hinweis: Verwenden Sie den GTR nur ohne seq-Modus.*

**3** Welche Folge liefert die angegebenen Werte in der Wertetabelle? Ordnen Sie zu.

n	1	2	3	4	5	6	7	8
A	5	4	$4\frac{1}{3}$	5	5,8	$6\frac{2}{3}$	$7\frac{4}{7}$	8,5
B	3	-2	3	-2	3	-2	3	-2

- $s(n) = 2 - s(n-1)$  mit  $s(1) = 3$
- B  $t(n) = 1 - t(n-1)$  mit  $t(1) = 3$
- A  $u(n) = n + \frac{4}{n}$
- $v(n) = \frac{n^2+3}{n}$

**4** Ordnen Sie die GTR-Abbildung A und B den richtigen ersten fünf Gliedern der angegebenen Zahlenfolge zu.



```

A Plot1 Plot2 Plot3
xMin=1
u(n)≙n²-1
u(xMin)≙
v(n)=
    
```

```

B Plot1 Plot2 Plot3
xMin=1
u(n)≙2u(n-1)-3
u(xMin)≙(4)
v(n)=
    
```

- A 0; 3; 8; 15; 24
- -1; 0; 3; 8; 15
- B 4; 5; 7; 11; 19
- 5; 7; 11; 19; 34

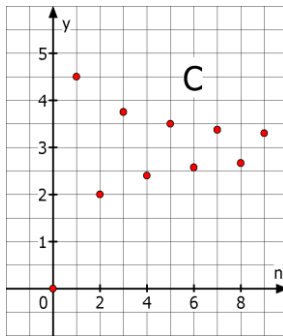
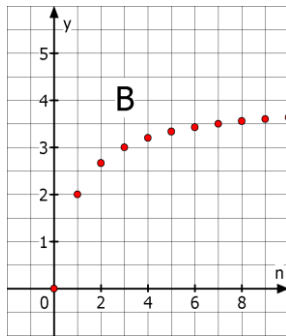
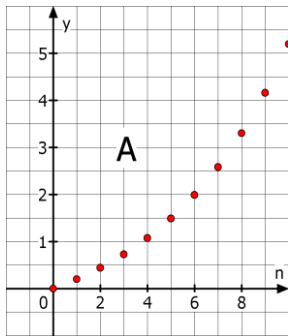
**5** Stellen Sie die Folge a bzw. b mit  
 a)  $a(n) = a(n - 1) + 2$ ,  $a(0) = 0$  explizit dar.  
 b)  $b(n) = 2n + 1$ , mit  $n \geq 0$  rekursiv dar.

- a)  $a(n) = 2n$
- b)  $b(n) = b(n-1) + 2$  mit  $b(0) = 1$

Lösungen

r/f  
/n

1 Gegeben sind die Graphen von Folgen.



Die Folge in der Abbildung ...

- a) ist streng monoton steigend.
- b) ist nicht monoton steigend.
- c) ist teilweise streng monoton fallend.
- d) ist durch  $S = 4$  nach oben beschränkt.
- e) ist durch  $s = 0$  nach unten beschränkt.
- f) ist beschränkt.

Trifft zu für die Folge in Abbildung

	A	B	C
a)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
c)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
e)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
f)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

*Hinweis: Das Verhalten der Folgen soll sich außerhalb des dargestellten Intervalls nicht ändern.*

- 2 Eine Folge ist genau dann monoton steigend,
- a) wenn ein Folgenglied stets größer ist als sein Vorgänger.
  - b) wenn kein Folgenglied kleiner ist als sein Vorgänger.
  - c) wenn für jedes  $n \in \mathbb{N}$  gilt:  $a(n + 1) \geq a(n)$ .

	Wahr	Falsch
a)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
b)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- 3 Eine Folge ist genau dann beschränkt, wenn
- a) die Werte der Folgenglieder eine Zahl  $S$  nicht über- und eine Zahl  $s$  nicht unterschreiten.
  - b) eine Zahl  $S$  existiert, so dass die Werte aller Folgenglieder kleiner als  $S$  sind.
  - c) eine untere Schranke für die Werte der Folgenglieder existiert.

	Wahr	Falsch
a)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
c)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

- 4 Gegeben sind die Folgen a, b, c und d mit  $a(n)=-n^2$ ,  $b(n)= -\frac{3}{n}$ ,  $c(n)=(-1)^n \cdot 2n$ ,  $d(n)=\sin(n \cdot \pi)$
- Die Folge..
- a) ist beschränkt.
  - b) ist streng monoton fallend.
  - c) besitzt eine obere Schranke.
  - d) besitzt weder obere noch untere Schranke.
  - e) hat die obere Schranke  $S = 1$ .
  - f) ist monoton steigend.

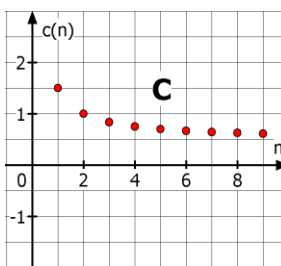
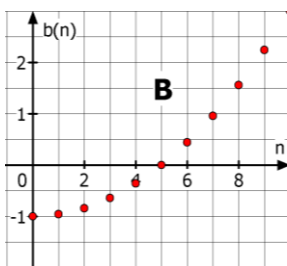
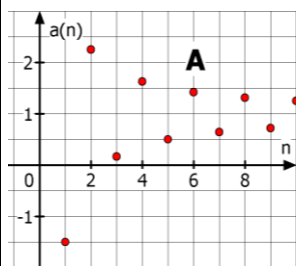
Trifft zu für die Folge

	a	b	c	d
a)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
b)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
d)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
e)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
f)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungen

r/f  
/n

1 Welcher der Graphen gehört zu einer Folge mit Grenzwert? Welchen Grenzwert vermuten Sie?



- A mit Grenzwert 1  
C mit Grenzwert 0,5  
\_\_\_ mit Grenzwert \_\_\_

2 Der Grenzwert g einer Folge a ist...  
a) der größte bzw. kleinste Wert, den die Folgenglieder für beliebiges n annehmen können.  
b) ein Wert, an den sich die Folgenglieder für wachsendes n beliebig nahe annähern.  
c) der größte Wert, den n annehmen kann.  
d) derjenige Wert für n, ab dem die Folgenglieder zum ersten Mal eine vorgegebene Grenze überschreiten.  
e) Die Zahl g, für die  $\lim_{n \rightarrow \infty} a(n) = g$  gilt.

	Wahr	Falsch
a)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
b)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
d)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
e)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

3 Ordnen Sie den Folgen – ohne Nachweis – den richtigen Grenzwert zu.  
a)  $a(n) = \frac{4}{n^2}$     b)  $b(n) = 3 - 0,5^n$     c)  $c(n) = \frac{1+2n}{2n}$   
d)  $d(n) = \frac{1}{n+3} + 6$     e)  $e(n) = \frac{n+2}{n^2-4} - 1$

Grenzwert der Folge		
___ 2	a	0
d 6	e	-1
c 1	b	3

4 Wahr oder falsch?  
Eine Folge a besitzt einen Grenzwert g, wenn  
a) sie streng monoton steigt.  
b) sie monoton und beschränkt ist.  
c) sie monoton steigend und beschränkt ist.  
d) sie streng monoton fällt und für alle Folgenglieder  $a(n) > 0$  gilt.

	Wahr	Falsch
a)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
b)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

5 Welche Umformung ist richtig, um den Grenzwert der Folge a mit  $a(n) = \frac{10n+3}{2n+7}$  zu berechnen?  
a)  $\frac{10n+3}{2n+7} = \frac{10n}{2n} + \frac{3}{7} = 5 + \frac{3}{7}$ , also Grenzwert  $g = 5\frac{3}{7}$   
b)  $\frac{10n+3}{2n+7} = \frac{n \cdot (10+3)}{n \cdot (2+7)} = \frac{13}{9}$ , also Grenzwert  $g = \frac{13}{9}$   
c)  $\frac{10n+3}{2n+7} = \frac{n \cdot (10+\frac{3}{n})}{n \cdot (2+\frac{7}{n})} = \frac{10+\frac{3}{n}}{2+\frac{7}{n}}$ , also Grenzwert  $g = 5$

Richtig ist die Umformung:  
a)   
b)   
c)



WADI Kursstufe B30		Lösen von LGS: Gauß Verfahren																
Lösungen			r/f /n															
1	Bestimmen Sie die Lösung des linearen Gleichungssystems (LGS):	$\begin{aligned} x_1 - x_2 + 0,5x_3 &= 1 \\ 2x_2 + x_3 &= 8 \\ 3x_3 &= 12 \end{aligned}$	<input type="checkbox"/> (-1   0   4) <input type="checkbox"/> (2   2,5   3) <input checked="" type="checkbox"/> (1   2   4)															
2	Welche Umformungen sind beim Gauß-Verfahren zum Lösen eines LGS zulässig? Kreuzen Sie an. a) Multiplizieren einer Gleichung mit einer von Null verschiedenen Zahl b) Verändern der Reihenfolge der Gleichungen c) Quadrieren beider Seiten einer Gleichung d) Eine Gleichung oder das Vielfache einer Gleichung zu einer anderen Gleichung hinzuaddieren oder subtrahieren.		<table border="0"> <thead> <tr> <th></th> <th>Richtig</th> <th>Falsch</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>a)</td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>b)</td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>c)</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>d)</td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> </tbody> </table>		Richtig	Falsch	a)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	b)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	c)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	d)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	Richtig	Falsch																
a)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																
b)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																
c)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>																
d)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																
3	Die beiden LGS sind äquivalent.  Welche Umformung wurde durchgeführt?	$\begin{aligned} \text{I: } 3x_1 + 2x_2 - x_3 &= 1 \\ \text{II: } x_1 - x_2 + 2x_3 &= 1 \end{aligned}$ $\begin{aligned} \text{I: } 3x_1 + 2x_2 - x_3 &= 1 \\ \text{IIa: } 5x_2 - 7x_3 &= -2 \end{aligned}$	<input type="checkbox"/> IIa = I - II <input type="checkbox"/> IIa = 3 · II + I <input type="checkbox"/> IIa = -2 · II - I <input checked="" type="checkbox"/> IIa = I - 3 · II <input type="checkbox"/> IIa = I : 3 - II															
4	Lösen Sie mit dem Gauß-Verfahren.	$\begin{aligned} \text{a) } x_1 + 2x_2 - x_3 &= 2 \\ -x_1 - 2x_2 + 4x_3 &= -10 \end{aligned}$ $\begin{aligned} \text{b) } x_1 + 4x_2 - 6x_3 &= -2 \\ -x_1 - x_2 + 4x_3 &= 4 \\ x_1 + 4x_2 - x_3 &= 0,5 \end{aligned}$	$\begin{aligned} \text{a) } &\input type="checkbox" (-3   2   -1) \\ &\input checked="" type="checkbox" (1   -1   -3) \\ &\input type="checkbox" (5   -4   -5) \\ \text{b) } &\input type="checkbox" \left(\frac{23}{3} \mid -\frac{5}{3} \mid 0,5\right) \\ &\input type="checkbox" \left(-\frac{11}{3} \mid -\frac{1}{3} \mid -0,5\right) \\ &\input checked="" type="checkbox" (-3   1   0,5) \end{aligned}$															
5	Ihr GTR liefert die unten abgebildete Anzeige. Geben Sie die Lösung des zugehörigen LGS an.	$\begin{aligned} \text{a) } &\text{rref}([A] \\ &\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -7 \\ 0 & 1 & 0 & -39 \\ 0 & 0 & 1 & -33 \end{bmatrix} \\ \text{b) } &\text{rref}([A] \\ &\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -8 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$	$\begin{aligned} \text{a) } &\input type="checkbox" (-33   -39   -7) \\ &\input checked="" type="checkbox" (-7   -39   -33) \\ &\input type="checkbox" (1   1   1) \\ \text{b) } &\input type="checkbox" (0   0   1) \\ &\input type="checkbox" \text{keine Lösung} \\ &\input checked="" type="checkbox" (-8   0   0) \end{aligned}$															
6	Lösen Sie das LGS mithilfe des GTR.	$\begin{aligned} \text{a) } 2x_1 - x_2 + 3x_3 &= 11 \\ 5x_1 + 3x_2 + 12x_3 &= -4 \\ -3x_1 - 9x_3 &= -9 \end{aligned}$ $\begin{aligned} \text{b) } 4x_1 - 3x_2 + 3x_3 &= 8 \\ 3x_1 + 5x_2 + x_3 &= 10 \\ -4x_1 + x_2 - x_3 &= 6 \end{aligned}$	$\begin{aligned} \text{a) } &\input type="checkbox" (20   -12   -5,67) \\ &\input type="checkbox" (-5   -9   4) \\ &\input checked="" type="checkbox" (2   -6   0,33) \\ \text{b) } &\input type="checkbox" (-4   3,5   4,5) \\ &\input checked="" type="checkbox" (-3,25   2,125   9,125) \\ &\input type="checkbox" (1,92   0,69   0,79) \end{aligned}$															



WADI Kursstufe B31		Lösungsmengen von LGS													
Lösungen			r/f /n												
1	Wie viele Lösungen kann ein lineares Gleichungssystem (LGS) besitzen?	<input checked="" type="checkbox"/> mehr als eine <input type="checkbox"/> genau zwei <input checked="" type="checkbox"/> keine <input checked="" type="checkbox"/> unendlich viele <input type="checkbox"/> Anzahl der Gleichungen entspricht der Anzahl der Lösungen													
2	Entscheiden Sie, wie viele Lösungen ein LGS hat, wenn der GTR Folgendes zeigt:	<pre>rref([A] [[1 0 0 8 1 [0 1 0 -1] [0 0 0 0 1] <b>A</b></pre>	<pre>rref([B] [[1 0 1 0] [0 1 0 0] [0 0 0 1] <b>B</b></pre>	<pre>rref([C] [[1 0 0 3 1 [0 1 0 -2] [0 0 1 6 1] <b>C</b></pre>	Ordnen Sie die Buchstaben A, B und C zu. C genau eine B keine A unendlich viele										
3	Das LGS hat unendlich viele Lösungen. Entscheiden Sie, welche der angegebenen Zahlentripel Lösungen sind.	$\begin{array}{rclcl} -x_1 & + & 2x_2 & - & x_3 & = & 2 \\ x_1 & - & 3x_2 & + & 2x_3 & = & 1 \\ & & -x_2 & + & x_3 & = & 3 \end{array}$	<input checked="" type="checkbox"/> (-8   -3   0) <input type="checkbox"/> (5   0   3) <input checked="" type="checkbox"/> (-7   -2   1) <input type="checkbox"/> (-11   1   -2)												
4	Bestimmen Sie die Lösungsmenge von folgendem LGS.	$\begin{array}{rclcl} x_1 & + & 3x_2 & - & 2x_3 & = & 0 \\ -x_1 & + & 3x_2 & + & x_3 & = & 4 \\ 2x_1 & & & - & 3x_3 & = & 2 \end{array}$	<input type="checkbox"/> (-1   1   1) <input checked="" type="checkbox"/> keine Lösung <input type="checkbox"/> unendlich viele Lösungen												
5	Lösen Sie das LGS.	$\begin{array}{rclcl} x_1 & + & 2x_2 & + & 3x_3 & + & x_4 & = & 9 \\ 2x_1 & + & x_2 & - & 2x_3 & - & 2x_4 & = & -8 \\ & & 3x_2 & - & 3x_3 & + & 4x_4 & = & 15 \\ -x_1 & - & 2x_2 & + & x_3 & + & x_4 & = & 1 \end{array}$	<input checked="" type="checkbox"/> (-1   2   1   3) <input type="checkbox"/> keine Lösung <input type="checkbox"/> unendlich viele Lösungen												
6	Bestimmen Sie die Lösungsmenge.	$\begin{array}{rclcl} 2x_1 & + & 4x_2 & - & 6x_3 & = & 12 \\ x_1 & - & 0,5x_2 & + & 2x_3 & = & 1 \\ 4x_1 & + & 3x_2 & - & 2x_3 & = & 14 \end{array}$	Mit $x_3 = t$ ist $L = \{(2-t   2+2t   t)   t \in \mathbb{R}\}$												
7	Sind folgende Aussagen wahr oder falsch? a) Ein LGS mit drei Unbekannten und zwei Gleichungen hat immer unendlich viele Lösungen. b) Ein lineares Gleichungssystem mit drei Unbekannten und drei Gleichungen kann genau zwei Lösungen besitzen. c) Ein LGS mit mehr Gleichungen als Unbekannten kann eine eindeutige Lösung haben.	<table border="0"> <thead> <tr> <th></th> <th>Wahr</th> <th>Falsch</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>a)</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>b)</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>c)</td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> </tbody> </table>			Wahr	Falsch	a)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	b)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	c)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	Wahr	Falsch													
a)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>													
b)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>													
c)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>													

Lösungen

r/f  
/n

**1** Das Schaubild der Funktion  $f$  mit  $f(x) = 2x^2 + bx - 4$  geht durch den Punkt  $P(1|2)$ . Bestimme den Funktionsterm von  $f$ .

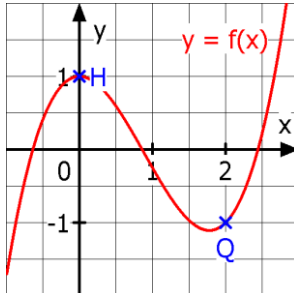
$f(x) = 2x^2 - 1,5x - 4$   
  $f(x) = 2x^2 + 4x - 4$   
  $f(x) = 2x^2 - 4x - 4$

**2** Der Graph einer ganzrationalen Funktion  $f$  mit  $f(x) = ax^2 + bx + c$  hat den Tiefpunkt  $T(-2 | 1)$ . Entscheiden Sie welche der folgenden Gleichungen richtig bzw. falsch sind.

a)  $4a - 2b + c = 1$                       b)  $a + b + c = -2$   
 c)  $-4a + b = 1$                               d)  $2a + b = -2$   
 e)  $-4a + b = 0$

	Richtig	Falsch
a)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
c)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
d)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
e)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**3** Gegeben ist der Graph von  $f$  mit  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ . Welche Bedingungen lassen sich anhand des Graphen in den Punkten  $H(0 | 1)$  und  $Q(2 | -1)$  aufstellen?



$d = 1$   
  $-1 = 8a + 4b + 2c + d$   
  $2 = -a + b - c + d$   
  $c = 0$   
  $c = 1$

**4** Eine ganzrationale Funktion  $f$  dritten Grades hat eine Nullstelle für  $x = -2$ , geht durch den Punkt  $P(0 | -1)$  und hat den Tiefpunkt  $T(-1 | -4)$ . Entscheiden Sie, welche der drei Abb. beim Bestimmen des Funktionsterms mit dem GTR entsteht und geben Sie den Funktionsterm an.

**A**

```
rref([A])
[[1 0 0 0 -5 ...
[0 1 0 0 -6 ...
[0 0 1 0 -10.5...
[0 0 0 1 -1 ...
```

**B**

```
rref([B])
[[1 0 0 0 -5]
[0 1 0 0 2.5]
[0 0 1 0 5.5]
[0 0 0 1 -1]]
```

**C**

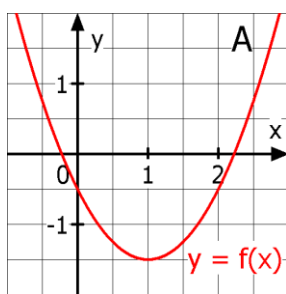
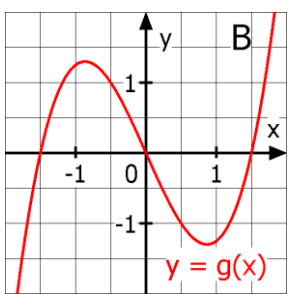
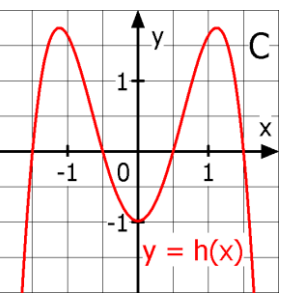
```
rref([C])
[[1 0 0 0 -1]
[0 1 0 0 5.5]
[0 0 1 0 2]
[0 0 0 1 -.5]]
```

Abbildung:  A  B  C

$f(x) =$

$3,5x^3 + 14x^2 + 13,5x - 1$   
  $-0,5x^3 + 2x^2 + 5,5x - 1$   
  $-x^3 + 5,5x^2 + 2x - 0,5$

**5** Zu den Graphen von  $f$ ,  $g$  und  $h$  soll ein Funktionsterm ermittelt werden. Welcher Ansatz - mit möglichst niedrigem Grad - ist hierfür geeignet? Mehrere Lösungen können möglich sein.

**A**  $f(x) =$

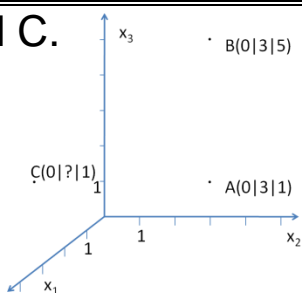
$ax^2 + bx + c$   
  $ax + b$   
  $ax^3 + bx^2 + cx + d$

**B**  $g(x) =$

$ax^3 + cx$   
  $ax^4 + bx^2 + c$   
  $ax^3 + bx^2 + cx + d$

**C**  $h(x) =$

$ax^5 + bx^3 + cx$   
  $ax^4 + bx^2 + c$   
  $ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$

WADI Kursstufe B33		Abstand zweier Punkte im Raum										
Lösungen			r/f /n									
1	<p>Gegeben ist der Vektor <math>\vec{u} = \begin{pmatrix} a \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix}</math>.</p> <p>a) Bestimmen Sie den Betrag von <math>\vec{u}</math> für <math>a = 0</math>.</p> <p>b) Bestimmen Sie <math>a</math> so, dass <math>\vec{u}</math> die Länge <math>\sqrt{125}</math> hat.</p>	<p>a) <input type="checkbox"/> <math> \vec{u}  = 1</math>  <input checked="" type="checkbox"/> <math> \vec{u}  = 5</math>  <input type="checkbox"/> <math> \vec{u}  = 7</math></p> <p>b) <input checked="" type="checkbox"/> <math>a = -10</math>  <input type="checkbox"/> <math>a = 5</math>  <input checked="" type="checkbox"/> <math>a = 10</math></p>										
2	<p>Gegeben sind Punkte <math>P(1 0 -2)</math> und <math>Q(-1 -2 a)</math>.</p> <p>a) Bestimmen Sie den Abstand <math>PQ</math> für <math>a = 4</math></p> <p>b) Für welche Werte von <math>a</math> haben <math>P</math> und <math>Q</math> den Abstand 3?</p>	<p>a) <input type="checkbox"/> <math>\sqrt{40}</math>    b) <input checked="" type="checkbox"/> <math>a = -1</math>  <input checked="" type="checkbox"/> <math>\sqrt{44}</math>    <input type="checkbox"/> <math>a = 0</math>  <input type="checkbox"/> <math>\sqrt{12}</math>    <input checked="" type="checkbox"/> <math>a = -3</math></p>										
3	<p>Wahr oder falsch:</p> <p>A: Spiegelt man einen Punkt <math>P</math> an einem Punkt <math>Q</math> und erhält <math>P'</math>, so gilt: <math> \overrightarrow{PQ}  =  \overrightarrow{P'Q} </math></p> <p>B: Der Betrag eines Vektors kann nie negativ werden.</p>	<table border="0"> <tr> <td></td> <td>Wahr</td> <td>Falsch</td> </tr> <tr> <td>A</td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>B</td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> </table>		Wahr	Falsch	A	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	B	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
	Wahr	Falsch										
A	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>										
B	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>										
4	<p>Gegeben sind die Punkte <math>A(6 -3 -2)</math> und <math>B(2 -3 1)</math>.</p> <p>a) Bestimmen Sie den Einheitsvektor <math>\overrightarrow{AB}_0</math> zu <math>\overrightarrow{AB}</math>.</p> <p>b) Welcher Punkt ergibt sich, wenn man den Punkt <math>A</math> 10 mal in Richtung des Einheitsvektors von <math>\overrightarrow{AB}</math> verschiebt.</p>	<p>a) <math>\overrightarrow{AB}_0 = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}</math></p> <p>b) <math>P(-2 -3 4)</math></p>										
5	<p>Gegeben sind die Punkt <math>A</math>, <math>B</math> und <math>C</math>.</p> <p>a) Geben Sie den Abstand von <math>A</math> und <math>B</math> an.</p> <p>b) Ergänzen Sie die Koordinaten von <math>C</math> so, dass der Abstand zwischen <math>A</math> und <math>C</math> 5 LE beträgt.</p>	 <p>a) <input type="checkbox"/> 1    <input type="checkbox"/> 2    <input type="checkbox"/> 3    <input checked="" type="checkbox"/> 4</p> <p>b) <math>C(0 ? 1)</math>  Das ? wird ersetzt:  <input type="checkbox"/> 0    <input type="checkbox"/> -1    <input checked="" type="checkbox"/> -2    <input type="checkbox"/> -3</p>										
6	<p>Das Dreieck <math>ABC</math> mit <math>A(4 -2 2)</math>, <math>B(6 -4 2)</math> und <math>C(2 -6 2)</math> ist gleichschenkelig mit der Basis <math>AB</math>.</p> <p>a) Bestimmen Sie die Koordinaten des Mittelpunkts <math>M_{AB}</math>.</p> <p>b) Bestimmen Sie die Länge der Strecke <math>CM_{AB}</math>.</p> <p>c) Welchen Flächeninhalt hat das Dreieck <math>ABC</math>?</p>	<p>a) <math>M_{AB}(5 -3 2)</math></p> <p>b) <math> CM_{AB}  = \sqrt{18}</math> LE</p> <p>c) <math>A = 6</math> FE</p>										
7	<p>Die Punkte <math>A(1 2 -1)</math>, <math>B(0 0 0)</math> und <math>C(1 0 1)</math> bilden ein rechtwinkliges Dreieck bei <math>B</math>. Bestimmen Sie den Flächeninhalt dieses Dreiecks.</p>	<p><math>A = \frac{1}{2} \sqrt{12} = \sqrt{3}</math> FE</p>										

WADI Kursstufe B34		Ebenengleichungen 1	
Lösungen			r/f /n
1	<p>Welche der folgenden Gleichungen sind die Gleichung einer Ebene im Raum?</p> <p>A: <math>x_1 - x_3 = -11</math>      B: <math>x_1 = 0</math></p> <p>C: <math>\left[ \vec{x} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} = 0</math>      D: <math>\left[ \vec{x} - \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = 0</math></p> <p>E: <math>\vec{x} = r \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}</math>      F: <math>\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}</math></p>	<p>Gleichung einer Ebene im Raum sind</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> A      <input checked="" type="checkbox"/> B</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> C      <input type="checkbox"/> D</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> E      <input type="checkbox"/> F</p>	
2	<p>Durch welche geometrischen Objekte ist eine Ebene eindeutig festgelegt?</p> <p>A: Zwei sich schneidende Geraden</p> <p>B: Zwei parallele Geraden (nicht identisch)</p> <p>C: Zwei windschiefe Geraden</p> <p>D: Drei beliebige Punkte</p> <p>E: Drei Punkte, nicht auf einer Geraden liegen.</p>	<p>Richtig ist:</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> A</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> B</p> <p><input type="checkbox"/> C</p> <p><input type="checkbox"/> D</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> E</p>	
3	<p>In die folgenden Ebenengleichungen haben sich Fehler eingeschlichen. Korrigieren Sie:</p> <p>A: <math>x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 1</math>      C: <math>\vec{x}_1 - 2\vec{x}_2 + 2\vec{x}_3 = 1</math></p> <p>B: <math>\left[ \vec{x} - \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}</math>      D: <math>\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 0</math></p>	<p>A: <math>x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 1</math></p> <p>B: <math>\left[ \vec{x} - \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} = 0</math></p> <p>C: <math>x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 1</math></p> <p>D: <math>\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}</math></p>	
4	<p>Gegeben sind die Punkte P(1 2 3), Q(0 -1 2), R(2 2 1). Welche der folgenden Gleichungen stellen eine Parametergleichung der Ebene durch diese drei Punkte dar.</p> <p>A: <math>\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}</math>      B: <math>\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}</math></p>	<p>Richtig ist:</p> <p><input type="checkbox"/> A</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> B</p>	
5	<p>Gegeben ist die Ebene E in Normalenform: <math>\left[ \vec{x} - \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} = 0</math>. Bestimmen Sie eine Gleichung der Ebene in Koordinatenform.</p>	<p>E: <math>x_1 - x_3 = 2</math></p>	
6	<p>Gegeben ist die Ebene E: <math>\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}</math>.</p> <p>Stellen Sie diese dar in der</p> <p>a) Koordinatenform</p> <p>b) Normalenform</p> <p>c) Hesseschen Normalenform</p>	<p>a) <math>2x_1 - 3x_2 - 4x_3 = 2</math></p> <p>b) <math>\left[ \vec{x} - \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ -4 \end{pmatrix} = 0</math></p> <p>c) <math>\frac{2x_1 - 3x_2 - 4x_3 - 2}{\sqrt{29}} = 0</math></p>	

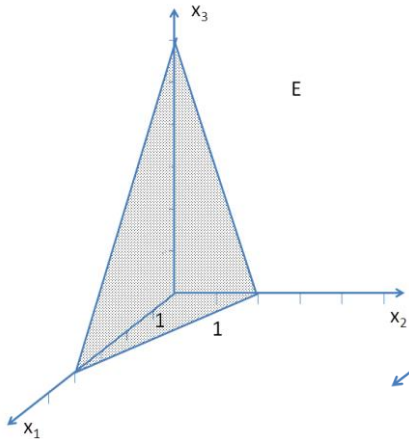
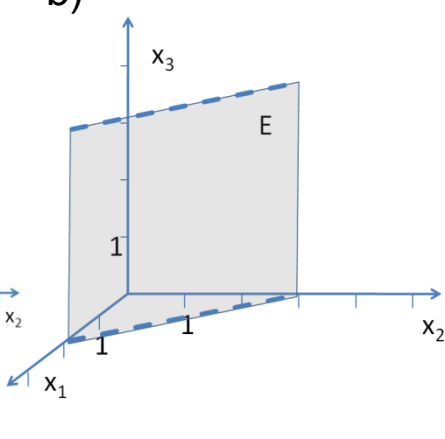
Lösungen

r/f  
/n

<b>1</b>	Prüfen Sie, ob der Punkt $P(1 2 -1)$ in der Ebene $E$ liegt. a) $E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ . b) $E: 6x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 8$ c) $E: \left[ \vec{x} - \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} = 0$	Setzen Sie $\in$ oder $\notin$ ein: a) $P \notin E$ b) $P \in E$ c) $P \notin E$
----------	---	---

<b>2</b>	Gegeben ist der Punkt $P_a(1   2   a)$ . Bestimmen Sie $a$ so, dass $P_a$ in $E_a$ liegt. a) $E_a: x_1 + ax_2 + 4x_3 = 13$ . b) $E_a: \left[ \vec{x} - \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ a \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = 0$	a) $a = 2$ b) $a = 0$
----------	---	--------------------------

<b>3</b>	Gegeben ist die Ebene $E$ . Bestimmen Sie deren Spurpunkte. a) $6x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 12$ b) $2x_1 + 3x_3 = 6$ c) $2x_1 = 6$	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td></td> <td>a)</td> <td>b)</td> <td>c)</td> </tr> <tr> <td><math>S_1</math></td> <td>(2 0 0)</td> <td>(3 0 0)</td> <td>(3 0 0)</td> </tr> <tr> <td><math>S_2</math></td> <td>(0 4 0)</td> <td>-</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td><math>S_3</math></td> <td>(0 0 3)</td> <td>(0 0 2)</td> <td>-</td> </tr> </table>		a)	b)	c)	$S_1$	(2 0 0)	(3 0 0)	(3 0 0)	$S_2$	(0 4 0)	-	-	$S_3$	(0 0 3)	(0 0 2)	-
	a)	b)	c)															
$S_1$	(2 0 0)	(3 0 0)	(3 0 0)															
$S_2$	(0 4 0)	-	-															
$S_3$	(0 0 3)	(0 0 2)	-															

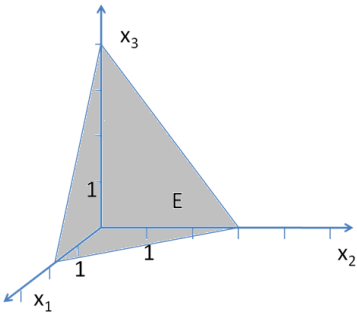
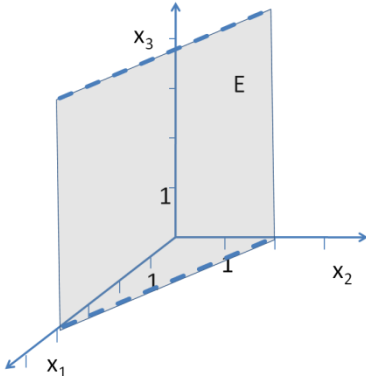
<b>4</b>	Bestimmen Sie eine Koordinatengleichung der Ebene $E$ . a)  b) 	a) $E: 3x_1 + 6x_2 + 2x_3 = 12$ b) $E: 3x_1 + 2x_2 = 6$
----------	---	---

<b>5</b>	Gegeben sind die Punkte $A(1 1 1)$ , $B(-1 1 2)$ , $C(1 0 0)$ und $D(3 1 0)$ . a) Stellen Sie eine Gleichung der Ebene $E$ durch $A$ , $B$ und $C$ in Koordinatenform auf. b) Liegen die vier Punkte in einer Ebene?	a) $E: x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 1$ b) <input checked="" type="checkbox"/> Ja <input type="checkbox"/> Nein.
----------	--	---

Lösungen

r/f  
/n

<p><b>1</b> Wahr oder falsch?</p> <p>A: Die Ebene <math>2x_3 = 4</math> ist parallel zur <math>x_3</math>-Achse.                  B: Die Ebene <math>x_3 = 2</math> ist parallel zur <math>x_1x_2</math>-Ebene.                  C: Die Ebene <math>x_1+x_3 = 2</math> ist parallel zur <math>x_2</math>-Achse.                  D: Die Ebene <math>x_1+x_3=1</math> ist parallel zur <math>x_1x_3</math>-Ebene.                  E: Alle Ebenen der Form <math>ax_1 + bx_2+ cx_3 = 0</math> (<math>a; b; c \in \mathbb{R}</math>, nicht alle = 0) verlaufen durch den Ursprung.                  F: Ebenen der Form <math>ax_1 = 1</math> sind alle parallel zur <math>x_2x_3</math>-Ebene.                  G: Eine Ebene hat maximal drei Spurpunkte.                  H: Ist eine Ebene parallel zur <math>x_1x_2</math>-Ebene, so ist sie auch parallel zur <math>x_1</math>- und <math>x_2</math>- Achse.</p>	Wahr	Falsch	
	A	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
	B	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	C	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	D	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
	E	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	F	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	G	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
H	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	

<p><b>2</b> Welche der folgenden Veranschaulichung der Ebene <math>E: x_1 + 2x_2 = 4</math> ist richtig?</p>	<p>Richtig ist:</p> <p>A <input type="checkbox"/>      B <input checked="" type="checkbox"/></p>
<p>A: </p> <p>B: </p>	

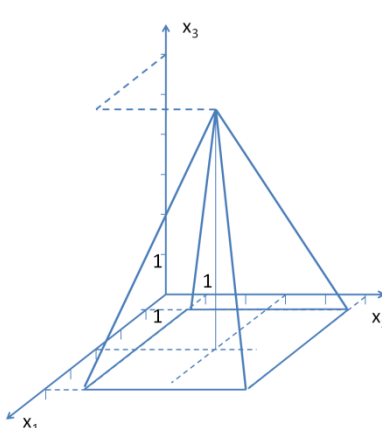
<p><b>3</b> Geben Sie eine Gleichung in Koordinatenform an:</p> <p>a) der <math>x_2x_3</math>-Ebene an.                  b) der Ebene an, die parallel zur <math>x_2</math>-Achse ist und durch <math>P(0 0 2)</math> und <math>Q(3 0 0)</math> verläuft.                  c) der Ebenen an, welche parallel zur <math>x_1x_2</math>-Ebene mit dem Abstand 4 sind.</p>	<p>a) <math>x_1 = 0</math>                  b) <math>2x_1 + 3x_3 = 6</math>                  c) <math>x_3 = 4</math> sowie <math>x_3 = -4</math></p>
--	--

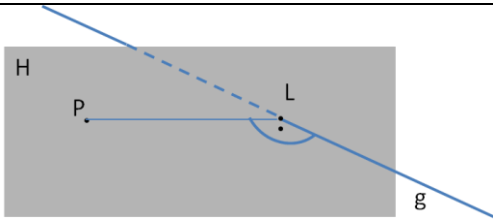


<p><b>4</b> Welche besondere Lage haben diese Ebenen im Raum?</p> <p>A: <math>x_1 + x_2 = 1</math>                  B: <math>\left[ \vec{x} - \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = 0</math> ;    C: <math>\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}</math></p>	<p>Parallel zur</p> <table border="0"> <tr> <td></td> <td>A</td> <td>B</td> <td>C</td> </tr> <tr> <td><math>x_1x_2</math>-Ebene</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td><math>x_2x_3</math>-Ebene</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td><math>x_1x_3</math>-Ebene</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td><math>x_1</math>-Achse</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td><math>x_2</math>-Achse</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td><math>x_3</math>-Achse</td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> </table>		A	B	C	$x_1x_2$ -Ebene	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	$x_2x_3$ -Ebene	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	$x_1x_3$ -Ebene	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	$x_1$ -Achse	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	$x_2$ -Achse	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	$x_3$ -Achse	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	A	B	C																										
$x_1x_2$ -Ebene	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>																										
$x_2x_3$ -Ebene	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																										
$x_1x_3$ -Ebene	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																										
$x_1$ -Achse	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>																										
$x_2$ -Achse	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>																										
$x_3$ -Achse	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																										

WADI Kursstufe B37	Gegenseitige Lage Gerade und Ebene																	
Lösungen		r/f /n																
<b>1</b> Die Geradengleichung von g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ wird in die Koordinatengleichung der Ebene E: $x_1 - x_2 = 1$ eingesetzt: $1 - r = 1$ . Man erhält: $r = 0$ . Das bedeutet: A: g in E;      B: g    E;    C: g schneidet E; D: die Gerade verläuft durch den Ursprung.	<table border="1"> <tr> <td></td> <td>Wahr</td> <td>Falsch</td> </tr> <tr> <td>A</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>B</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>C</td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>D</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> </tr> </table>		Wahr	Falsch	A	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	B	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	C	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	D	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>		
	Wahr	Falsch																
A	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>																
B	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>																
C	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																
D	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>																
<b>2</b> Gegeben sind die Gerade g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ sowie jeweils die Ebene E. Bestimmen Sie deren ge- genseitige Lage und gegebenenfalls den Durch- stoßpunkt D. a) E: $2x_1 - x_2 + x_3 = 1$ b) E: $-4x_1 + 2x_2 - x_3 = -4$ c) E: $x_1 - x_2 - x_3 = 1$	<table border="1"> <tr> <td></td> <td>g    E</td> <td>g in E</td> <td>D</td> </tr> <tr> <td>a</td> <td>X</td> <td>-</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>b</td> <td>X</td> <td>X</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>c</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>(1 0 0)</td> </tr> </table> D... Durchstoßpunkt		g    E	g in E	D	a	X	-	-	b	X	X	-	c	-	-	(1 0 0)	
	g    E	g in E	D															
a	X	-	-															
b	X	X	-															
c	-	-	(1 0 0)															
<b>3</b> Bestimmen Sie den Durchstoßpunkt der Gera- den g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ und der Ebene E: a) E: $2x_1 + x_2 + x_3 = 4$ b) E: $\left[ \vec{x} - \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} = 0$	a) $r = 1$ ; P(0 3 1 ) b) $r = -2$ ; P(0 0 -2)																	
<b>4</b> Wo schneidet die Gerade g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ a) die $x_1x_2$ -Ebene b) die $x_1x_3$ -Ebene	a) P(1,5 1,5 0) b) P(0 0 -3)																	
<b>5</b> Gegeben ist die Ebene E: $\left[ \vec{x} - \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} = 0$ Wo schneidet die $x_1$ -Achse die Ebene E?	D (2 0 0)																	
<b>6</b> Die Ebene E: $x_1 + x_2 + x_3 = 16$ stellt in einem ge- eigneten Koordinatensystem einen Hang dar. Ein Sendemast hat seine Spitze in S(6 4 8). Die Richtung der parallelen Sonnenstrahlen wird durch $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ festgelegt. Bestimmen Sie den Endpunkt des Schattens des Sendemastes auf dem Hang.	<input type="checkbox"/> P(6 4 0) <input type="checkbox"/> P(1 1 -1) <input checked="" type="checkbox"/> P(4 2 10) <input type="checkbox"/> P(5 5 7)																	

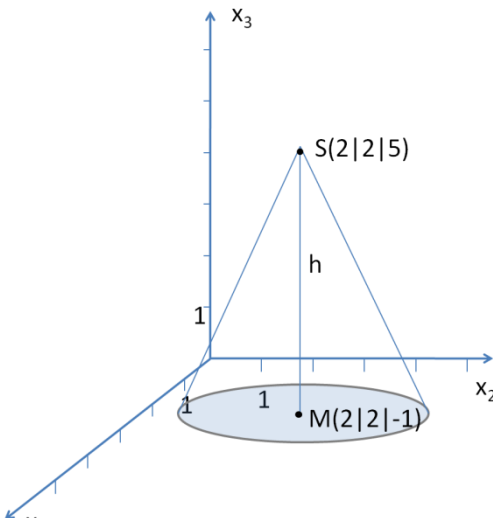
WADI Kursstufe B38		Lagebeziehung zwischen Ebenen													
<b>Lösungen</b>			r/f /n												
<b>1</b>	<p>Gegeben sind die Ebenen E und F. Wie liegen die beiden Ebenen zueinander?</p> <p>a) E: <math>x_1 + x_2 - 2x_3 = 1</math>    F: <math>2x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 1</math>  b) E: <math>x_1 + x_2 - 2x_3 = 1</math>    F: <math>2x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 2</math>  c) E: <math>x_1 + x_2 - 2x_3 = 1</math>    F: <math>2x_1 - x_3 = 1</math></p>	<p>Tragen Sie den entsprechenden Buchstaben ein: E und F...  ...schneiden sich in einer Geraden <b>c</b>  ...sind echt parallel <b>a</b>  ...sind identisch <b>b</b></p>													
<b>2</b>	<p>Bestimmen Sie a so, dass die beiden Ebenen E und F parallel sind.</p> <p>E: <math>3x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 1</math>    F: <math>\left[ \vec{x} - \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ a \\ 4 \end{pmatrix} = 0</math></p>	$a = -4$													
<b>3</b>	<p>Bestimmen Sie eine Gleichung der Schnittgeraden von E und F.</p> <p>a) E: <math>x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 6</math>    F: <math>2x_1 - x_3 = 0</math>  b) E: <math>4x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 6</math>    F: <math>\left[ \vec{x} - \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = 0</math></p>	<p>a) <math>\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}</math>  b) <math>\vec{x} = \begin{pmatrix} -1,5 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}</math></p>													
<b>4</b>	<p>Ein Schüler hat die Koordinatengleichungen zweier Ebenen als LGS in Matrixform in den GTR eingegeben. Auf dem GTR erscheint als reduzierte Form der Matrix folgendes Bild. Interpretieren Sie dieses geometrisch.</p> <p>a) <math>\text{rref}([A] \begin{bmatrix} 1 &amp; 0 &amp; 2 &amp; 1 \\ 0 &amp; 1 &amp; 3 &amp; 2 \end{bmatrix})</math>    b) <math>\text{rref}([A] \begin{bmatrix} 1 &amp; 0 &amp; 2 &amp; 0 \\ 0 &amp; 0 &amp; 0 &amp; 1 \end{bmatrix})</math>    c) <math>\text{rref}([A] \begin{bmatrix} 1 &amp; 2 &amp; 3 &amp; 4 \\ 0 &amp; 0 &amp; 0 &amp; 0 \end{bmatrix})</math></p>	<p>Die beiden Ebenen  - sind echt parallel (P)  - sind identisch (I)  - schneiden sich in einer Geraden (S)  Tragen Sie den entsprechenden Buchstaben ein:  a) S    b) P    c) I</p>													
<b>5</b>	<p>Gegeben ist die Ebene E: <math>2x_1 + x_2 - 2x_3 = 0</math> sowie der Punkt A(1 1 2). Stellen Sie eine Koordinatengleichung einer Ebene F auf, welche zu E parallel ist und durch A verläuft.</p>	$F: 2x_1 + x_2 - 2x_3 = -1$													
<b>6</b>	<p>Wahr oder falsch?</p> <p>A: Zwei voneinander verschiedene Ebenen schneiden sich entweder in einer Geraden oder gar nicht.  B: Schneiden sich von drei Ebenen jeweils zwei in einer Geraden, so sind die Schnittgeraden parallel.  C: Drei Ebenen können so liegen, dass sie sich in genau einem Punkt schneiden.</p>	<table border="0"> <thead> <tr> <th></th> <th>Wahr</th> <th>Falsch</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>A</td> <td style="text-align: center;"><input checked="" type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>B</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input checked="" type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>C</td> <td style="text-align: center;"><input checked="" type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> </tbody> </table>		Wahr	Falsch	A	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	B	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	C	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
	Wahr	Falsch													
A	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>													
B	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>													
C	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>													

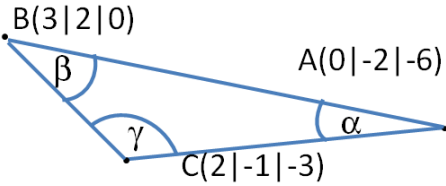


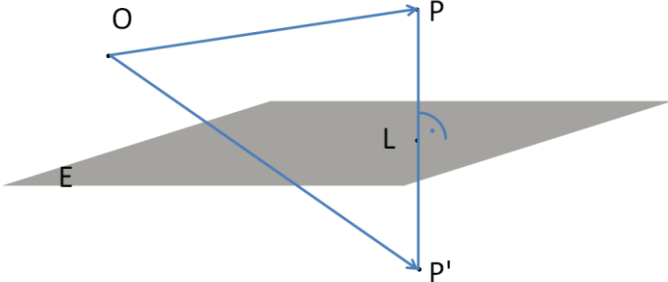
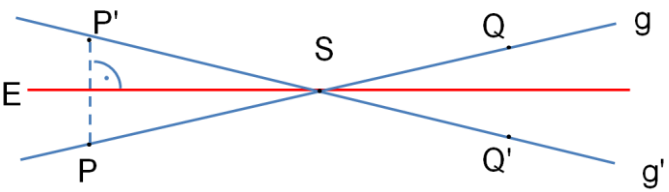
WADI Kursstufe B39		Hessesche Normalenform (HNF)		
Lösungen			r/f/n	
1	<p>Wahr oder falsch?</p> <p>A: In der HNF einer Ebene wird der Normalenvektor der Ebene auf die Länge 1 normiert.</p> <p>B: die HNF wird hauptsächlich für Abstandsrechnungen verwendet.</p> <p>C: Es gibt Ebenen, für die man keine HNF aufstellen kann.</p>	<p>Wahr    Falsch</p> <p>A    <input checked="" type="checkbox"/>    <input type="checkbox"/></p> <p>B    <input checked="" type="checkbox"/>    <input type="checkbox"/></p> <p>C    <input type="checkbox"/>    <input checked="" type="checkbox"/></p>		
2	<p>Stellen Sie jeweils die HNF der Ebene E auf:</p> <p>a) E: <math>x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 1</math>    b) E: <math>\left[ \vec{x} - \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix} = 0</math></p>	<p>a) <math>\frac{x_1 + 2x_2 - 2x_3 - 1}{3} = 0</math></p> <p>b) <math>\frac{3x_1 - 4x_2 + 1}{5} = 0</math></p>		
3	<p>Bestimmen Sie den Abstand des Punktes P von der Ebene E: <math>x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 1</math>.</p> <p>a) P(0 0 0)    b) P(1 3 0)    c) P(2 1 1)</p>	<p>a) <math>d(P,E) = \frac{1}{3}</math></p> <p>b) <math>d(P,E) = 2</math></p> <p>c) <math>d(P,E) = \frac{1}{3}</math></p>		
4	<p>Alle Punkte, welche von einer Ebene E den Abstand 3 haben, liegen</p> <p>A: auf zwei parallelen Geraden im Abstand 3.</p> <p>B: auf einer Geraden im Abstand 3.</p> <p>C: auf zwei parallelen Ebenen im Abstand 3.</p>	<p>Richtig ist:</p> <p>A <input type="checkbox"/></p> <p>B <input type="checkbox"/></p> <p>C <input checked="" type="checkbox"/></p>		
5	<p>Welcher der Punkte A(3 4 0), B(5 2 -1), C(0 0 -7) hat den Abstand 4 von der Ebene E: <math>2x_1 + x_2 - 2x_3 = 2</math>?</p>	<p>A <input type="checkbox"/>    B <input checked="" type="checkbox"/>    C <input checked="" type="checkbox"/></p>		
6	<p>Bestimmen Sie den Abstand</p> <p>a) der parallelen Ebenen E: <math>2x_1 - x_2 + 2x_3 = 1</math> und F: <math>2x_1 - x_2 + 2x_3 = 5</math>.</p> <p>b) der Ebene E: <math>3x_1 + 4x_3 = 1</math> und der zu E parallelen Geraden g: <math>\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}</math>.</p>	<p>a) <math>d(E, F) = \frac{4}{3}</math></p> <p>b) <math>d(g, E) = \frac{2}{5}</math>.</p>		
7	<p>In der Zeichnung sehen Sie eine Pyramide. Die notwendigen Daten sollen durch Ablesen bestimmt werden.</p> <p>a) Welche Höhe h hat die Pyramide.</p> <p>b) Bestimmen Sie das Volumen der Pyramide.</p>		<p>a) Für die Höhe h gilt: <u><math>h = 6 \text{ LE}</math></u>.</p> <p>b) Für das Volumen V gilt: <u><math>V = 32 \text{ VE}</math></u>.</p>	

WADI Kursstufe B40		Abstand Punkt - Gerade	
Lösungen			r/f /n
1	<p>Wahr oder falsch?</p> <p>Den Abstand eines Punktes P von einer Geraden g kann man durch</p> <p>A: Aufstellen einer Hilfsebene H durch P senkrecht zu g bestimmen.</p> <p>B: Aufstellen einer Hilfsebene H, welche P und g enthält, bestimmen.</p> <p>C: eine Extremwertbetrachtung (Abstand zweier Punkte) bestimmen.</p>	<p>Wahr    Falsch</p> <p>A    <input checked="" type="checkbox"/>    <input type="checkbox"/></p> <p>B    <input type="checkbox"/>    <input checked="" type="checkbox"/></p> <p>C    <input checked="" type="checkbox"/>    <input type="checkbox"/></p>	
2	<p>Gegeben sind der Punkt <math>P(1 2 3)</math> und die Gerade</p> $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}.$  <p>a) Stellen Sie eine Normalengleichung der Hilfsebene H auf (<math>H \perp g; P \in H</math>)</p> <p>b) Bestimmen Sie den Lotfußpunkt L.</p> <p>c) Bestimmen Sie den Abstand von P zu g.</p>	<p>a) <math>\left[ \vec{x} - \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} = 0</math></p> <p>b) <math>L(1 0 2)</math></p> <p>c) <math>d(P,g) = \sqrt{5}</math></p>	
3	Geben Sie den Abstand des Punktes $P(1 0 3)$ von der $x_1$ -Achse an.	$d = 3$	
4	Bestimmen Sie den Abstand zwischen der Geraden $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ und dem Punkt $P(-1 0 2)$ .	$d(P,g) = 2$	
5	 <p>Gegeben sind die Gerade <math>g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}</math> und der Punkt <math>P(1 2 3)</math>.</p> <p>a) Stellen Sie die Punkte der Geraden g als allgemeinen „laufenden“ Punkt <math>G_r</math> dar.</p> <p>b) Bestimmen Sie mit Hilfe von <math>G_r</math> die kleinste Entfernung d von P zu g.</p>	<p>a) <math>G_r(2+r   2+2r   -1-2r)</math></p> <p>b) <math>P G_r(1+r   2r   -4-2r)</math></p> $(d(r))^2 = 9r^2 + 18r + 17$ <p><math>r = -1</math> ist Minimum</p> $d = \sqrt{8}.$	
6	 <p>Gegeben ist das Dreieck ABC mit <math>A(1 0 1)</math>, <math>B(2 2 1)</math> und <math>C(-1 2 1)</math>. Bestimmen Sie die Höhe <math>h_c</math> des Dreiecks und geben Sie diese auf 2 Dezimalstellen gerundet an.</p>	$h_c \approx 2,68$	



WADI Kursstufe B42		Skalarprodukt																
Lösungen			r/f /n															
1	<p>Gegeben sind die Vektoren <math>\vec{a}</math>, <math>\vec{b}</math> und <math>\vec{c}</math>. Das Ergebnis folgender Rechnungen ist.....</p> <p>a) <math>(\vec{a} \cdot \vec{b}) \cdot \vec{c}</math>    b) <math>(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{c}</math>    c) <math>(\vec{a} \cdot \vec{b}) + \vec{c}</math></p>	$\underline{b}$ eine Zahl $\underline{a}$ ein Vektor $\underline{c}$ nicht definiert $-$ 0 $-$ $\vec{0}$																
2	<p>Für das Skalarprodukt zweier Vektoren <math>\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}</math> und <math>\vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}</math> die den Winkel <math>\varphi</math> einschließen, gilt:</p> <p>A: <math>\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + a_3 \cdot b_3</math>  B: <math>\vec{a} \cdot \vec{b} =  \vec{a}  \cdot  \vec{b}  \cdot \cos(\varphi)</math>  C: <math>\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 \cdot b_1 \cdot a_2 \cdot b_2 \cdot a_3 \cdot b_3</math>  D: <math>\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 + b_1 + a_2 + b_2 + a_3 + b_3</math></p>	<table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>Richtig</th> <th>Falsch</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>A</td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>B</td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>C</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>D</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> </tr> </tbody> </table>		Richtig	Falsch	A	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	B	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	C	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	D	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	
	Richtig	Falsch																
A	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																
B	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																
C	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>																
D	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>																
3	<p>Hat das Skalarprodukt zweier Vektoren <math>\vec{a}</math> und <math>\vec{b}</math> den Wert 0, so bedeutet dies:</p> <p>A: <math>\vec{a}</math> und <math>\vec{b}</math> sind parallel zueinander  B: <math>\vec{a}</math> und <math>\vec{b}</math> sind orthogonal zueinander  C: <math>\vec{a}</math> und <math>\vec{b}</math> sind Einheitsvektoren.</p>	<table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>Wahr</th> <th>Falsch</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>A</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>B</td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>C</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> </tr> </tbody> </table>		Wahr	Falsch	A	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	B	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	C	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>				
	Wahr	Falsch																
A	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>																
B	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																
C	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>																
4	<p>Zeigen Sie mithilfe des Skalarproduktes, dass sich die Diagonalen des Quadrats ABCD mit A(5 1 0), B(1 5 2), C(-1 1 6) und D(3 -3 4) orthogonal schneiden.</p>	$\vec{AC} = \begin{pmatrix} -6 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix}; \vec{BD} = \begin{pmatrix} 2 \\ -8 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\vec{AC} \cdot \vec{BD} = 0$ also $\vec{AC} \perp \vec{BD}$																
5	<p>Der Grundkreis des abgebildeten Kreiskegels liegt in einer Ebene parallel zur <math>x_1x_2</math>-Koordinatenebene. Zeigen Sie, dass die Höhe h senkrecht auf dem Grundkreis steht.</p>	 <p>Der Grundkreis liegt in der Ebene <math>x_3 = -1</math>, also <math>\vec{n} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}</math>. Die Höhe verläuft durch M und S auf der Geraden <math>h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix}</math>. Der Richtungsvektor dieser Geraden ist parallel zum Normalenvektor der Ebene <math>x_3 = -1</math>, also <math>h \perp E</math>.</p>																

WADI Kursstufe B43		Orthogonalität, Winkel													
Lösungen			r/f /n												
1	<p>Sind die beiden Objekte orthogonal?</p> <p>a) g und h mit <math>g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}</math>; <math>h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}</math>.</p> <p>b) E: <math>x_1 - 2x_2 + x_3 = 2</math>; F: <math>3x_1 + x_2 - x_3 = -3</math></p> <p>c) <math>g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}</math>; E: <math>x_1 + 2x_2 + 8x_3 - 18 = 0</math></p>	<p>Die beiden Objekte sind orthogonal:</p> <table> <tr> <td></td> <td>Ja</td> <td>Nein</td> </tr> <tr> <td>a)</td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>b)</td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>c)</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> </tr> </table>		Ja	Nein	a)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	b)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	c)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	
	Ja	Nein													
a)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>													
b)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>													
c)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>													
2	<p>Für welches a sind die beiden Vektoren orthogonal?</p> <p>a) <math>\vec{a} = \begin{pmatrix} a \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}</math> und <math>\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}</math> b) <math>\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ a \\ 1 \end{pmatrix}</math> und <math>\vec{b} = \begin{pmatrix} 2a \\ a \\ -3 \end{pmatrix}</math></p>	<p>a) a = -2</p> <p>b) a = -3 oder a = 1</p>													
3	<p>Bestimmen Sie eine Gleichung einer Geraden h, welche orthogonal zu E: <math>2x_1 + 2x_2 - x_3 = 1</math> ist und durch A(1 -1 5) verläuft.</p>	<p><math>h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}</math></p>													
4	<p>Die drei Punkte A, B und C mit A(1 0 1); B(2 3 1) und C(0 -5 1) sind die Eckpunkte eines Dreiecks. Ist dieses Dreieck rechtwinklig?</p>	<p>Das Dreieck ABC ist rechtwinklig:</p> <p><input type="checkbox"/> Ja <input checked="" type="checkbox"/> Nein</p>													
5	<p>Bestimmen Sie die Innenwinkelweiten <math>\alpha</math> und <math>\gamma</math> des Dreiecks ABC.</p> <p><i>Die Zeichnung ist nicht maßstabsgerecht.</i></p>	 <p>Winkelweite <math>\alpha</math></p> <p><input checked="" type="checkbox"/> <math>16,6^\circ</math> <input type="checkbox"/> <math>163,4^\circ</math></p> <p>Winkelweite <math>\gamma</math></p> <p><input type="checkbox"/> <math>30,9^\circ</math> <input checked="" type="checkbox"/> <math>149,1^\circ</math></p>													
6	<p>Bestimmen Sie jeweils den Schnittwinkel <math>\varphi</math> von</p> <p>a) <math>g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}</math> und <math>h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}</math></p> <p>b) E: <math>x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 10</math> und F: <math>\left[ \vec{x} - \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = 0</math></p> <p>c) <math>g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}</math> und E: <math>\left[ \vec{x} - \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = 0</math>.</p>	<p>Auf eine Dezimale gerundet eintragen:</p> <p>a) <math>\varphi = 47,6^\circ</math></p> <p>b) <math>\varphi = 70,5^\circ</math></p> <p>c) <math>\varphi = 17,6^\circ</math></p>													
7	<p>Gegeben sind die Gerade <math>g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}</math> und der Punkt A(0 5 3). Orthogonale Geraden zu g durch A gibt es ...</p> <p>A: .. genau eine</p> <p>B: .. unendlich viele, die in einer Ebene liegen</p> <p>C: .. unendlich viele, die alle parallel zueinander sind.</p>	<table> <tr> <td></td> <td>Wahr</td> <td>Falsch</td> </tr> <tr> <td>A</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>B</td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>C</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> </tr> </table>		Wahr	Falsch	A	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	B	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	C	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	
	Wahr	Falsch													
A	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>													
B	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>													
C	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>													

WADI Kursstufe B44	Spiegelung und Symmetrie										
Lösungen		r/f /n									
<b>1</b> Spiegeln Sie den Punkt P(1 0 2) am Punkt Z(2 3 1) und geben Sie die Koordinaten des Spiegelpunktes P' an.	P' (3 6 0)										
<b>2</b> Der Punkt P soll an der Ebene E gespiegelt werden. Welche Vektorkette/n ist/sind richtig? 	<input checked="" type="checkbox"/> $\overrightarrow{OP'} = \overrightarrow{OP} + 2\overrightarrow{PL}$ <input type="checkbox"/> $\overrightarrow{OP'} = \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{PL}$ <input checked="" type="checkbox"/> $\overrightarrow{OP'} = \overrightarrow{OL} + \overrightarrow{LP'}$ <input type="checkbox"/> $\overrightarrow{OP'} = 2\overrightarrow{PL}$										
<b>3</b> Der Punkt P(0 1 4) soll an der Ebene E: $x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 3$ gespiegelt werden. Geben Sie die Koordinaten des Spiegelpunktes P' an.	P' (2   5   0)										
<b>4</b> Bestimmen Sie eine Gleichung der Ebene E, zu der die Punkte A(1 -2 7) und B(5 -2 3) symmetrisch sind.	$\left[ \vec{x} - \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} = 0$										
<b>5</b> Bestimmen Sie eine Gleichung der Ebene E, zu der die Ebenen F und G symmetrisch sind. F: $x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 0$ ; G: $x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 4$ .	E: $x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 2$										
<b>6</b> Die Gerade g soll an der Ebene E gespiegelt werden. Welche Vorgehensweise ist richtig?  <p>A: Spiegeln zweier Punkte von g (z.B. P und Q) an der Ebene E; g' verläuft durch P' und Q'.</p> <p>B: Spiegeln eines Punktes P von g an der Ebene E, ermitteln des Durchstoßpunktes S von g und E, g' verläuft durch P' und S.</p>	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 10%;"></th> <th style="width: 40%; text-align: center;">Richtig</th> <th style="width: 40%; text-align: center;">Falsch</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>A</td> <td style="text-align: center;"><input checked="" type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>B</td> <td style="text-align: center;"><input checked="" type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> </tbody> </table>			Richtig	Falsch	A	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	B	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	Richtig	Falsch									
A	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>									
B	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>									
<b>7</b> Spiegeln Sie den Punkt P(1 2 3) an der Geraden $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$ und geben Sie die Koordinaten von P' an.	P' (1   -2   -1)										

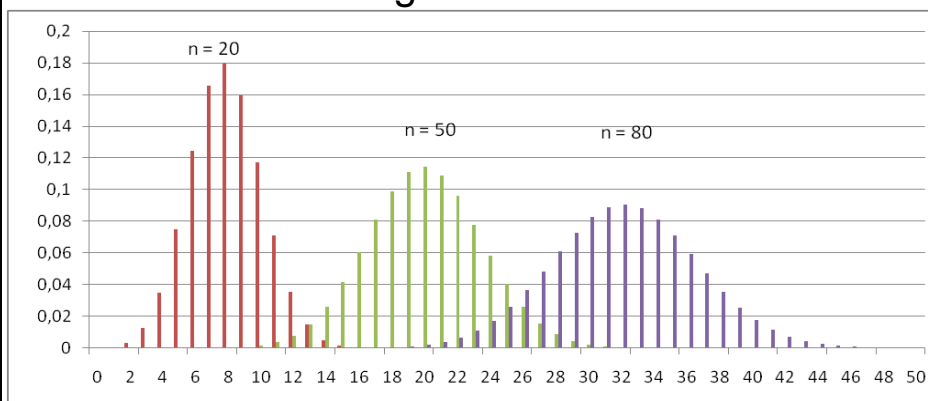
Lösungen

r/f  
/n

**1** Wahr oder falsch? Die Standardabweichung einer binomialverteilten Zufallsvariablen  
 a) ist ein Maß für die Breite der Verteilung  
 b) misst die gesamte Breite der Verteilung  
 c) gibt an, um wie viel der Erwartungswert unter der maximalen Trefferzahl liegt  
 d) ist ein Maß dafür, wie stark die Anzahl der Treffer auf lange Sicht von der zu erwartenden Trefferzahl abweicht.  
 e) misst den Abstand der beiden Trefferzahlen, deren Wahrscheinlichkeit ungefähr 0,1 ist.

	Wahr	Falsch
a)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
c)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
d)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
e)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

**2** Die Grafik zeigt die Säulendiagramme dreier Binomialverteilungen. Bei allen ist  $p = 0,4$ . Welche Verteilung hat die größte, welche die kleinste Standardabweichung.



Die **größte** Standardabweichung hat die abgebildete Binomialverteilung  
 links ( $n = 20$ )  
 in der Mitte ( $n = 50$ )  
 rechts ( $n = 80$ ).

Die **kleinste** Standardabweichung hat die abgebildete Binomialverteilung  
 links ( $n = 20$ )  
 in der Mitte ( $n = 50$ )  
 rechts ( $n = 80$ ).

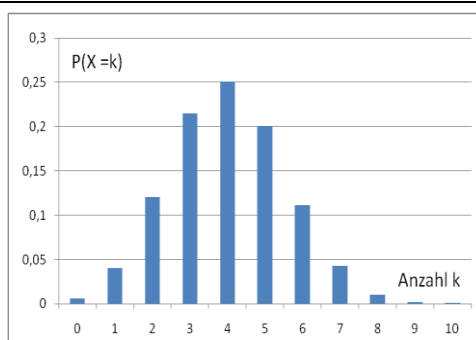
**3** Wie berechnet man die Standardabweichung  $\sigma$  einer binomialverteilten Zufallsvariablen  
 a)  $\sqrt{p \cdot n \cdot (n - 1)}$  b)  $\sqrt{n \cdot p \cdot (1 - p)}$  c)  $\sqrt{p \cdot n \cdot (p - 1)}$

Richtig ist:  
 a)  b)  c)

**4** Bestimmen Sie für eine binomialverteilte Zufallsvariable mit  $n = 100$  und  $p = 0,2$  die Standardabweichung  $\sigma$ .

16  8  4

**5** Die Abbildung zeigt das vollständige Säulendiagramm einer Binomialverteilung. Geben Sie den Erwartungswert  $\mu$  und die Standardabweichung  $\sigma$  an.



Erwartungswert  $\mu =$   
 0,25  4  10  
 $\sigma^2 =$   
 0,24  2,4  
 24  100  
 also Standardabweichung (2 Dezimale)  
 $\sigma \approx 1,55$


WADI Kursstufe D14	Sigma-Regeln												
<b>Lösungen</b>													
<p><b>1</b> Gegeben ist eine binomialverteilte Zufallsvariable <math>X</math> mit dem Erwartungswert <math>\mu = 50</math> und der Standardabweichung <math>\sigma = 5</math>. Wahr oder falsch?</p> <p>a) Das Intervall <math>[45; 55]</math> nennt man <math>\sigma</math> - Intervall.  b) Mit einer Wahrscheinlichkeit von 86% liegt die Anzahl der Treffer von <math>X</math> im Intervall <math>[45; 55]</math>.  c) Mit den Sigma-Regeln können Näherungswerte für Wahrscheinlichkeiten von Umgebungen des Erwartungswertes berechnet werden.</p>	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 10%;"></th> <th style="width: 40%; text-align: center;">Wahr</th> <th style="width: 40%; text-align: center;">Falsch</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>a)</td> <td style="text-align: center;"><input checked="" type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>b)</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input checked="" type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>c)</td> <td style="text-align: center;"><input checked="" type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> </tbody> </table>		Wahr	Falsch	a)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	b)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	c)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	Wahr	Falsch											
a)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>											
b)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>											
c)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>											
<p><b>2</b> Bei einer binomialverteilten Zufallsvariablen mit dem Erwartungswertes <math>\mu</math> und der Standardabweichung <math>\sigma</math> ist das <math>\sigma</math> - Intervall  A: <math>[\mu - \sigma; \mu + \sigma]</math>    B: <math>[\sigma - \mu; \sigma + \mu]</math>    C: <math>[\sigma; \mu]</math></p>	<p>Richtig ist:</p> <table style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>A</td> <td>B</td> <td>C</td> </tr> <tr> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> </table>	A	B	C	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>						
A	B	C											
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>											
<p><b>3</b> Bei einer binomialverteilten Zufallsvariablen liegen etwa a) 50%    b) 70%    c) 80% der Trefferzahlen im <math>\sigma</math>-Intervall.</p>	<p>Richtig ist:</p> <table style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>a)</td> <td>b)</td> <td>c)</td> </tr> <tr> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> </table>	a)	b)	c)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>						
a)	b)	c)											
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>											
<p><b>4</b> Eine ideale Münze wird 100-mal geworfen. Die Zufallsvariable <math>X</math> zählt die Anzahl der Wappen. Geben Sie das <math>2\sigma</math>-Intervall und die ungefähre Wahrscheinlichkeit an, mit der die Anzahl der Treffer in diesem <math>2\sigma</math>-Intervall liegt.</p>	<p><math>2\sigma</math>-Intervall = <math>[40; 60]</math></p> <p>Die Wahrscheinlichkeit beträgt ca. <u>95</u> %</p>												
<p><b>5</b> Berechnen Sie das <math>\sigma</math>-Intervall einer  <math>B(100; 0,4)</math> - verteilten Zufallsvariablen.</p>	<p><math>\mu = 40; \sigma \approx 4,9</math>  <math>\sigma</math>-Intervall = <math>[36; 44]</math></p>												
<p><b>6</b> In welchem der abgebildeten Intervalle <math>I_1; I_2</math> oder <math>I_3</math> liegen ca. 95% der Trefferzahlen der binomialverteilten Zufallsvariable <math>X</math>? </p>	<p>Richtig ist:</p> <table style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td><math>I_1</math></td> <td><math>I_2</math></td> <td><math>I_3</math></td> </tr> <tr> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> </table>	$I_1$	$I_2$	$I_3$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>						
$I_1$	$I_2$	$I_3$											
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>											



WADI Kursstufe D15		Statistische Tests	
Lösungen			r/f /n
1	<p>Statistische Tests ...</p> <p>a) .. sollen eine Entscheidungsvorschrift liefern, mit der man entscheiden kann, ob eine Annahme (Hypothese) richtig oder falsch ist.</p> <p>b) .. dienen dazu anhand einer Stichprobe auf die unbekannte, dem Zufallsexperiment zugrundeliegende Wahrscheinlichkeitsverteilung der untersuchten Zufallsvariablen zu schließen.</p> <p>c) .. helfen dabei eine Aussage darüber zu machen, ob eine Hypothese beibehalten werden kann oder verworfen werden sollte.</p> <p>d) .. können niemals absolute Sicherheit bieten. Auch wenn aufgrund einer Stichprobe eine Hypothese beibehalten wird, so kann sie trotzdem in der gesamten Grundmenge falsch sein.</p>	<p>Wahr    Falsch</p> <p>a)    <input type="checkbox"/>    <input checked="" type="checkbox"/></p> <p>b)    <input checked="" type="checkbox"/>    <input type="checkbox"/></p> <p>c)    <input checked="" type="checkbox"/>    <input type="checkbox"/></p> <p>d)    <input checked="" type="checkbox"/>    <input type="checkbox"/></p>	
2	<p>Ordnen Sie die Begriffe richtig zu.</p> <p>Bei einem statistischen Test heißt ...</p> <p>A .. die zu überprüfende Hypothese <math>H_0</math> ... .</p> <p>B .. die Wahrscheinlichkeit mit der <math>H_0</math> abgelehnt wird, obwohl sie zutrifft .... .</p> <p>C .. der Bereich, in dem das Ergebnis der Stichprobe liegen muss, damit <math>H_0</math> nicht verworfen wird, ... .</p> <p>D ... die maximale Irrtumswahrscheinlichkeit ... .</p>	<p>— Ablehnungsbereich</p> <p>D Signifikanzniveau</p> <p>Ablehnungswahrscheinlichkeit</p> <p>— Irrtumswahrscheinlichkeit</p> <p>B</p> <p>A Nullhypothese</p> <p>— Gegenhypothese</p> <p>C Annahmebereich</p>	
3	<p>Wahr oder falsch?</p> <p>a) Die Nullhypothese ist falsch, wenn das Stichprobenergebnis im Ablehnungsbereich liegt.</p> <p>b) Wird die Nullhypothese anhand eines Stichprobenergebnisses verworfen, so kann sie trotzdem richtig sein.</p> <p>c) Ändert man das Signifikanzniveau, so kann sich bei gleichem Ergebnis der Stichprobe aus der Ablehnung einer Nullhypothese deren Beibehaltung ergeben.</p> <p>d) Die Entscheidung für die Beibehaltung oder Ablehnung einer Nullhypothese wird anhand eines Annahme- und eines Ablehnungsbereichs getroffen.</p>	<p>Wahr    Falsch</p> <p>a)    <input type="checkbox"/>    <input checked="" type="checkbox"/></p> <p>b)    <input checked="" type="checkbox"/>    <input type="checkbox"/></p> <p>c)    <input checked="" type="checkbox"/>    <input type="checkbox"/></p> <p>d)    <input checked="" type="checkbox"/>    <input type="checkbox"/></p>	

Lösungen

r/f  
/n

**1**  Ein Unternehmen produzierte in der Vergangenheit mit einer Ausschussrate von 7%. Nach einer Veränderung des Produktionsablaufs vermutet man, dass sich die Qualität verbessert hat.

a) Welche Nullhypothese  $H_0$  sollte man für einen statistischen Test wählen, der die Vermutung bekräftigt?

b) Welche Alternativhypothese  $H_1$  wählt man?

a) Für  $H_0$  gilt:

$p=0,7$         $p<0,07$   
  $p=0,07$       $p\geq 0,07$   
  $p=0,007$      $p\leq 0,07$   
  $p > 0,7$       $p>0,07$   
  $p\geq 0,7$       $p\leq 0,7$

b)  $H_1: p < 0,07$

**2** Julia behauptet, zwei verschiedene Wassersorten am Geschmack unterscheiden zu können. Ihre Freunde möchten dies testen: Julia trinkt 15 Proben. Mit einem Signifikanzniveau von 1% soll entschieden werden, ob Sie zufällig rät.

a) Wie ist die Nullhypothese zu wählen, wenn man davon ausgeht, dass sie rät?

b) Wie ist die Alternativhypothese zu wählen?

c) Handelt es sich um einen links- oder rechtsseitigen Test?

d) Bestimmen Sie mit Hilfe des abgebildeten GTR- Bildschirms den Annahmebereich.

X	$Y_1$
8	.69638
9	.84912
10	.94077
11	.98242
12	.99631
13	.99951
14	.99997


a) Für  $H_0$  gilt:

$p < 0,5$   
  $p = 0,5$   
  $p > 0,5$

b) Setzen Sie  $<$ ;  $=$ ;  $>$  ein:  
 $H_1 > H_0$

c) rechts-seitig

d) Annahmebereich:  
 $[0; 12]$


**3**  Für einen statistischen Test soll gelten:

$H_0: p \leq 0,12$ ;  $H_1: p > 0,12$ ;  
 Stichprobenumfang: 100  
 Welcher GTR-Befehl erzeugt die Tabelle, der kumulierten Wahrscheinlichkeiten?

```

Plot1 Plot2 Plot3
\Y1=binomcdf(100
,0.12,X
\Y2=normalcdf(10
0,0.12,X
\Y3=PoissonPdf(1
00,0.12,X
\Y4=
    
```

$Y_1$   
  $Y_2$   
  $Y_3$

**4**  Es wird ein statistischer Test mit folgenden Daten durchgeführt:

Stichprobenumfang  $n = 20$   
 Nullhypothese  $H_0: p = 0,7$ ;  $H_1: p < 0,7$  Signifikanzniveau  $\alpha = 2\%$ .

a) Handelt es sich um einen links- oder rechtsseitigen Test?



b) Bestimmen Sie den Annahmebereich.

c) Man ändert das Signifikanzniveau auf 5%. Wie verändert sich dann der Annahmebereich?

a) links-seitig

b)   $[ 0; 9]$   
  $[ 10; 20]$   
  $[ 17; 20]$

c) Der Annahmebereich  
 wird kleiner  
 bleibt gleich  
 wird größer


WADI Kursstufe D17		Fehler beim Testen																
Lösungen			r/f /n															
1	<p>Wahr oder falsch?</p> <p> A: Beim Testen von Hypothesen ist ein Fehler 1. Art, eine Nullhypothese zurückzuweisen, obwohl sie wahr ist.</p> <p>B: Die Wahrscheinlichkeit, dass die Nullhypothese abgelehnt wird, obwohl sie richtig ist, heißt Fehler 1. Art (Irrtumswahrscheinlichkeit).</p> <p>C: Als Fehler 2. Art wird der Fehler bezeichnet, den man begeht, wenn man die Nullhypothese beibehält, obwohl die Alternativhypothese gilt.</p> <p>D: Im Gegensatz zum Fehler 1. Art lässt sich die Wahrscheinlichkeit für den Fehler 2. Art meist nicht berechnen.</p>	<table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>Wahr</th> <th>Falsch</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>A</td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>B</td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>C</td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>D</td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> </tbody> </table>		Wahr	Falsch	A	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	B	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	C	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	D	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
	Wahr	Falsch																
A	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																
B	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																
C	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																
D	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																
2	<p>Wie kann gleichzeitig die Wahrscheinlichkeit beider Fehler (1. und 2. Art) verkleinert werden?</p> <p>A: Annahmebereich von <math>H_0</math> vergrößern</p> <p>B: Annahmebereich von <math>H_0</math> verkleinern</p> <p>C: Stichprobenumfang <math>n</math> vergrößern</p> <p>D: Stichprobenumfang <math>n</math> verkleinern</p> <p>E: Signifikanzniveau verkleinern</p>	<p>Richtig ist/sind:</p> <table border="1"> <tbody> <tr> <td>A</td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>B</td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>C</td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>D</td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>E</td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> </tbody> </table>	A	<input type="checkbox"/>	B	<input type="checkbox"/>	C	<input checked="" type="checkbox"/>	D	<input type="checkbox"/>	E	<input type="checkbox"/>						
A	<input type="checkbox"/>																	
B	<input type="checkbox"/>																	
C	<input checked="" type="checkbox"/>																	
D	<input type="checkbox"/>																	
E	<input type="checkbox"/>																	
3	<p>Jan hat einen Würfel, vom dem er der Meinung ist, dass dieser zu selten auf der „6“ liegen bleibt. Er möchte einen statistischen Test durchführen. Wie muss er die Nullhypothese wählen?</p>	<p>Nullhypothese <math>H_0</math>:</p> <table border="1"> <tbody> <tr> <td><input type="checkbox"/> <math>p &lt; \frac{1}{6}</math></td> <td><input type="checkbox"/> <math>p = \frac{1}{6}</math></td> </tr> <tr> <td><input checked="" type="checkbox"/> <math>p &gt; \frac{1}{6}</math></td> <td><input type="checkbox"/> <math>p \neq \frac{1}{6}</math></td> </tr> </tbody> </table>	<input type="checkbox"/> $p < \frac{1}{6}$	<input type="checkbox"/> $p = \frac{1}{6}$	<input checked="" type="checkbox"/> $p > \frac{1}{6}$	<input type="checkbox"/> $p \neq \frac{1}{6}$												
<input type="checkbox"/> $p < \frac{1}{6}$	<input type="checkbox"/> $p = \frac{1}{6}$																	
<input checked="" type="checkbox"/> $p > \frac{1}{6}$	<input type="checkbox"/> $p \neq \frac{1}{6}$																	
4	<p> Für einen rechtsseitigen statistischen Test gilt <math>H_0: p = 0,4; n = 50; \alpha = 2\%</math></p> <p>a) Bestimmen Sie den Annahmebereich.</p> <p>b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit für einen Fehler 1. Art.</p> <p>Die tatsächliche Wahrscheinlichkeit für einen Treffer beträgt 0,6.</p> <p>c) Gesucht ist jetzt die Wahrscheinlichkeit für einen Fehler 2. Art. Welcher GTR-Befehl führt zum Ziel?</p> <table border="1" data-bbox="161 1944 1086 2022"> <tbody> <tr> <td>Plot1 Plot2 Plot3 <math>\sqrt{Y_1} \text{binomcdf}(50,</math> 0,4,0,5</td> <td>Plot1 Plot2 Plot3 <math>\sqrt{Y_1} \text{binomcdf}(50,</math> 0,4,X</td> <td>Plot1 Plot2 Plot3 <math>\sqrt{Y_1} \text{binomcdf}(50,</math> 0,6,X</td> </tr> </tbody> </table> <p>d) Wie groß ist die gesuchte Wahrscheinlichkeit?</p>	Plot1 Plot2 Plot3 $\sqrt{Y_1} \text{binomcdf}(50,$ 0,4,0,5	Plot1 Plot2 Plot3 $\sqrt{Y_1} \text{binomcdf}(50,$ 0,4,X	Plot1 Plot2 Plot3 $\sqrt{Y_1} \text{binomcdf}(50,$ 0,6,X	<p>a) <input type="checkbox"/> [0 ; 26] <input checked="" type="checkbox"/> [0 ; 27] <input type="checkbox"/> [0 ; 28]</p> <p>b) Auf 4 Stellen: ca. <u>0,016</u></p> <p>c) Kreuzen Sie an:</p> <table border="1" data-bbox="1110 1794 1469 1839"> <tbody> <tr> <td></td> <td></td> <td><b>X</b></td> </tr> </tbody> </table> <p>d) ca. <u>23</u> %</p>			<b>X</b>										
Plot1 Plot2 Plot3 $\sqrt{Y_1} \text{binomcdf}(50,$ 0,4,0,5	Plot1 Plot2 Plot3 $\sqrt{Y_1} \text{binomcdf}(50,$ 0,4,X	Plot1 Plot2 Plot3 $\sqrt{Y_1} \text{binomcdf}(50,$ 0,6,X																
		<b>X</b>																

WADI Kursstufe D18		Stetig verteilte Zufallsvariablen	
Lösungen			r/f /n
<b>1</b>	<p>Eine stetige Zufallsvariable X ...</p> <p>a) .. ist nötig, wenn die angenommenen Werte von X beliebige reelle Zahlen sein können.</p> <p>b) .. kann einen Wert x mit der Wahrscheinlichkeit <math>0 \leq P(X = x) \leq 1</math> annehmen.</p>	<p>Wahr    Falsch</p> <p>a)    <input checked="" type="checkbox"/>    <input type="checkbox"/></p> <p>b)    <input type="checkbox"/>    <input checked="" type="checkbox"/></p>	
<b>2</b>	<p>Welche Eigenschaft(en) muss eine Funktion f haben, die eine Wahrscheinlichkeitsdichte über dem Intervall [a,b] beschreibt?</p> <p>a) <math>\int_a^b f(x)dx = 1</math>                      b) <math>\int_0^\infty f(x)dx = 1</math></p> <p>c) für <math>x \in [a; b]</math> gilt <math>f(x) &gt; 0</math>    d) für <math>x \in [a; b]</math> gilt <math>f(x) \geq 0</math></p>	<p>Wahr    Falsch</p> <p>a)    <input checked="" type="checkbox"/>    <input type="checkbox"/></p> <p>b)    <input type="checkbox"/>    <input checked="" type="checkbox"/></p> <p>c)    <input type="checkbox"/>    <input checked="" type="checkbox"/></p> <p>d)    <input checked="" type="checkbox"/>    <input type="checkbox"/></p>	
<b>3</b>	<p>Die Wahrscheinlichkeitsdichte...</p> <p>A... ist ein Wert, der beschreibt wie sicher der Wert einer Wahrscheinlichkeit ist.</p> <p>B... ist ein Hilfsmittel, mit dem sich die Wahrscheinlichkeit berechnen lässt, dass eine stetige Zufallsvariable zwischen zwei reellen Zahlen a und b liegt.</p> <p>C ... kann Werte größer als 1 annehmen.</p>	<p>Wahr    Falsch</p> <p>A    <input type="checkbox"/>    <input checked="" type="checkbox"/></p> <p>B    <input checked="" type="checkbox"/>    <input type="checkbox"/></p> <p>C    <input type="checkbox"/>    <input checked="" type="checkbox"/></p>	
<b>4</b>	<p>Den Erwartungswert einer Zufallsvariablen X mit Werten zwischen a und b und der Wahrscheinlichkeitsdichte f berechnet sich:</p> <p>a) <math>\mu = \int_a^b x \cdot f(x)dx</math>                      b) <math>\mu = \int_a^b f(x)dx</math></p>	Richtig ist <u>a)</u>	
<b>5</b>	<p>Der Graph zeigt die Wahrscheinlichkeitsdichte f über [0; 1,5]. Lesen Sie ab:</p> <p>a) <math>P(X = 0)</math>                      b) <math>P(X &lt; 1)</math></p> <p>c) <math>P(1 \leq X \leq 1,5)</math>.</p>	<p>a) <math>P(X = 0) = \underline{0}</math></p> <p>b) <math>P(X &lt; 1) = \underline{0,5}</math></p> <p>c) <math>P(1 \leq X \leq 1,5) = \underline{0,5}</math></p>	
<b>6</b>	<p>Gegeben ist f mit <math>f(x) = k \cdot x</math> mit <math>k \in \mathbb{R}</math>.</p> <p>a) Bestimmen Sie k so, dass f eine Wahrscheinlichkeitsdichte über [0; 2] wird.</p> <p>b) Die Zufallsvariable X besitzt die Wahrscheinlichkeitsdichte f. Bestimmen Sie den Erwartungswert <math>\mu</math> der Zufallsvariablen X.</p> <p>c) Bestimmen Sie <math>P(0 \leq X \leq 1)</math>.</p>	<p>a) k =</p> <p><input type="checkbox"/> 0    <input type="checkbox"/> <math>\frac{1}{2}</math>    <input type="checkbox"/> 1    <input checked="" type="checkbox"/> 2</p> <p>b) <math>\mu =</math></p> <p><input type="checkbox"/> 0    <input type="checkbox"/> <math>\frac{1}{2}</math>    <input type="checkbox"/> 1    <input checked="" type="checkbox"/> <math>\frac{4}{3}</math></p> <p>c) <input type="checkbox"/> 0    <input type="checkbox"/> <math>\frac{1}{2}</math>    <input checked="" type="checkbox"/> 1</p>	

Lösungen

r/f  
/n

1 Die Gauß'schen Glockenfunktionen  $\varphi_{\mu;\sigma}$  sind gegeben durch  $\varphi_{\mu;\sigma}(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$ .

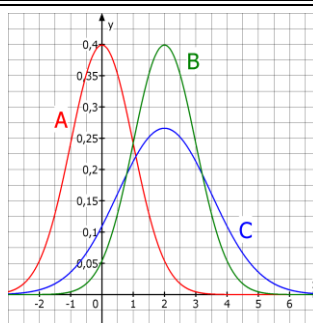
-  a) Füllen Sie die Tabelle aus.  
b) Sind die Aussagen wahr oder falsch?  
A: Je kleiner  $\sigma$  ( $\sigma > 0$ ) ist, desto „breiter“ und „flacher“ ist der Graph der Funktion.  
B: Das Maximum liegt an der Stelle  $x = \mu$ .  
C: der Graph ist symmetrisch zur y-Achse.

a) gerundet auf 2 Dezimale:

x	$\varphi_{0;1}(x)$
0	0,40
1	0,24
2	0,05

- b) Wahr Falsch  
A    
B    
C

2 Ordnen Sie den Graphen die richtige Gauß'sche Glockenfunktion zu.



- $\varphi_{1;0}$             
           $\varphi_{0;2}$             
C            $\varphi_{2;1,5}$             
B            $\varphi_{2;1}$             
           $\varphi_{3;2}$             
A            $\varphi_{0;1}$

3 In der Abbildung sind drei Funktionsterme im GTR-Fenster dargestellt. Welcher erzeugt den Graphen der Glockenfunktion  $\varphi_{5;2}(x)$ ?

```
Plot1 Plot2 Plot3
\Y1▣normalpdf(X,
2,5)
\Y2▣normalpdf(X,
5,2)
\Y3▣normalcdf(X,
5,2)
```

Richtig ist:


- Y<sub>1</sub>  Y<sub>2</sub>  Y<sub>3</sub>

4 Wie entsteht der Graph der Funktion f mit  $f(x) = \frac{1}{5\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \cdot (\frac{x-7}{5})^2}$  aus dem Graphen der Gauß-Funktion  $\varphi_{0;1}$  ?

- Kreuzen Sie entsprechend an.  
a) vertikale Stauchung mit dem Faktor ...  
b) horizontale Dehnung mit dem Faktor ...  
c) horizontale Verschiebung um ... nach ...

- a) 5  1/5   
7  1/7   
b) 5  1/5   
7  1/7   
c) 5  1/5   
7  1/7   
links   
rechts

5 Gegeben ist die Gauß-Funktion  $\varphi_{5;2}(x)$ .

-  a) Bestimmen Sie den Hochpunkt des Graphen.  
b) Berechnen Sie  $\int_1^5 \varphi_{5;2}(x) dx$ .  
c) Berechnen Sie  $\int_1^\infty \varphi_{5;2}(x) dx$

- a)  $H \approx (5 | \frac{0,4}{2})$   
Auf 2 Dezimale gerundet:  
b) 0,48  
c) 0,98

WADI Kursstufe D20		Normalverteilungen	
Lösungen			r/f /n
1	Füllen Sie die Lücken aus: a) Eine stetige Zufallsvariable X heißt _____ mit den Parametern $\mu$ und $\sigma$ wenn sie eine Gauß'sche Glockenfunktion $\varphi_{\mu;\sigma}$ als _____ besitzt. b) Normalverteilungen kann man verwenden, um Wahrscheinlichkeiten von ..... ..... näherungsweise zu berechnen.	a) <u>normalverteilt</u>  <u>Wahrscheinlichkeitsdichte</u> b) <u>binomialverteilten Zufallsvariablen</u>	
2	X sei eine normalverteilte Zufallsvariable mit $\mu = 10$ und $\sigma = 2$ . Die Wahrscheinlichkeit $P(a \leq X \leq b)$ berechnet sich A: $\int_a^b \varphi_{10;2}(x)dx$ B: $\int_2^{10} \varphi_{a;b}(x)dx$	Richtig ist: A <input checked="" type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/>	
3	Unter der <i>Stetigkeitskorrektur</i> versteht man ... A: .. einen Korrekturterm, der zum Ausgleich von Rundungsfehlern subtrahiert wird. B: .. die Vergrößerung des Integrationsintervalls auf beiden Seiten um 0,5, wenn mit ganzzahligen Zufallsvariablen gearbeitet wird. C: .. $P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) \approx 68\%$	Richtig ist/sind: A <input type="checkbox"/> B <input checked="" type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/>	
4	Welcher GTR-Befehl kann verwendet werden, um für die Normalverteilung $\varphi_{64;6}$ den Wert von $P(X \leq 70)$ zu bestimmen? A <input type="text" value="normalcdf(-100,7;0,64,6)"/> B <input type="text" value="normalcdf(70,0,6;4,6)"/> C <input type="text" value="normalcdf(0,6,64;70)"/>	Richtig ist/sind: A <input checked="" type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/>	
5	Bestimmen Sie für eine normalverteilte Zufallsvariable X mit $\mu = 3$ und $\sigma = 2$ a) $P(X \leq 2)$ b) $P(2 \leq X \leq 4)$ c) $P(X \geq 4,5)$	a) $P(X \leq 2) = \underline{30,9\%}$ b) $P(2 \leq X \leq 4) = \underline{38,3\%}$ c) $P(X \geq 4,5) = \underline{22,7\%}$	
6	Die Zufallsvariable X sei binomialverteilt mit $n = 100$ und $p = 0,2$ . a) Der GTR-Befehl $\text{binomcdf}(100,0.2,25)$ berechnet die Wahrscheinlichkeit für ..... Treffer. b) Bestimmen Sie mithilfe einer Approximation durch eine geeignete Normalverteilung A: $P(X \leq 25)$ B: $P(35 \leq X \leq 42)$ C: $P(X \geq 42)$	a) <u>höchstens 25</u> b) <i>Auf eine Dezimale angeben</i> $\mu = \underline{20}$ ; $\sigma \approx \underline{4}$ A: $P(X \leq 25) \approx \underline{91,3\%}$ B: $P(25 \leq X \leq 30) \approx \underline{8,1\%}$ C: $P(X \geq 20) \approx \underline{44,1\%}$	

# **WADI**

## **WA**chhalten und **DI**agnostizieren

**von Grundkenntnissen und Grundfertigkeiten  
im Fach Mathematik**

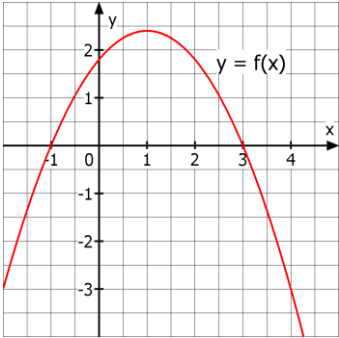
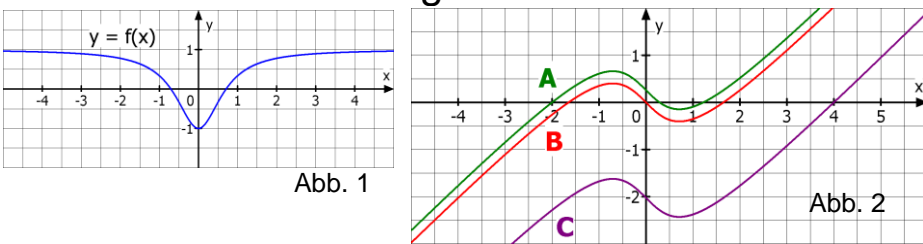
**Kurstufe**

**Anhang:**

**Aufgaben- und Lösungsblätter**

**mit GTR-Syntax für den**

**Casio fx-9860 G II**

WADI Kursstufe C40 Casio		Integralfunktion		
Name: _____ Klasse: _____		r/f /n		
1	<p>Entscheiden Sie, ob jeweils eine Integralfunktion zu <math>f</math> mit <math>f(x) = x - 1</math> vorliegt.</p> <p>a) <math>\int_2^x f(t)dt</math>                      b) <math>\int_2^5 f(t)dt</math></p> <p>c) <math>\frac{1}{2}x^2 - x - 4</math>                      d) <math>\int_0^t f(t)dt</math></p>	Integralfunktion		
		Ja	Nein	
		a) <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
		b) <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
		c) <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
		d) <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
2	<p>Sind die Aussagen zu Integralfunktionen <math>I</math> von <math>f</math> wahr oder falsch?</p> <p>a) <math>I_{-1}(x) &gt; 0</math> für <math>-1 &lt; x \leq 3</math>.</p> <p>b) <math>I_3(x) &lt; 0</math> für <math>x &gt; 3</math>.</p> <p>c) <math>I_{2,5}(4) &gt; 0</math></p> <p>d) <math>I_3(3) = 0</math> und <math>I_2(2) \neq 0</math></p>		Wahr	Falsch
		a) <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
		b) <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
		c) <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
		d) <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
3	<p>Wie lautet die Integralfunktion <math>I_a</math> zur Funktion <math>f</math>?</p> <p>a) <math>f(x) = x - 2</math> ; <math>a = 0</math>              b) <math>f(x) = x^2 + 3</math> ; <math>a = -1</math></p>	a) $I_0(x) =$ _____		
		b) $I_{-1}(x) =$ _____		
4	<p>Den Graphen einer Funktion <math>f</math> zeigt Abb. 1. In Abb. 2 sind Stammfunktionen von <math>f</math> dargestellt. Ist eine davon die Integralfunktion <math>I_{-2}</math> ?</p>		A	<input type="checkbox"/>
		B	<input type="checkbox"/>	
		C	<input type="checkbox"/>	
		keine	<input type="checkbox"/>	
5	<p>a) Integralfunktionen enthalten immer Integralzeichen.</p> <p>b) Integralfunktionen sind spezielle Stammfunktionen.</p> <p>c) Die Funktionswerte einer Integralfunktion erhält man mithilfe der orientierten Flächeninhalte.</p>	Richtig	Falsch	
		a) <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
		b) <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
		c) <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	



Name: \_\_\_\_\_ Klasse: \_\_\_\_\_

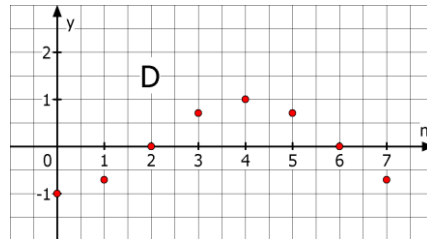
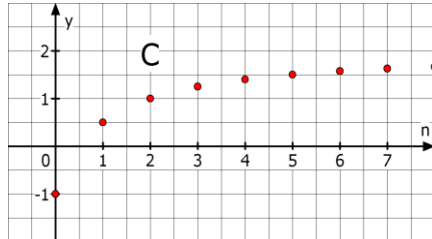
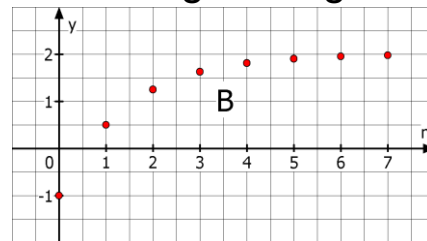
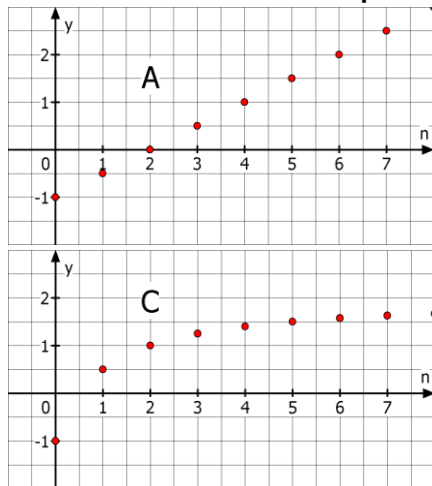
r/f  
/n

**1** Gegeben sind für  $n \in \mathbb{N}$  die Folgen a und b mit  $a(n) = n^2 + 23$  und  $b(n) = 2 \cdot b(n - 1)$ ;  $b(0)=4$ . Was trifft zu?  
 a) Einzelne Folgenglieder können nur mit Hilfe des Vorgängers berechnet werden.  
 b) Für  $n = 3$  hat das Folgenglied den Wert 32.  
 c) Die Folge ist explizit dargestellt  
 d) Die Folge ist rekursiv dargestellt  
 e) Jedes Folgenglied kann durch das Einsetzen eines Wertes für n direkt berechnet werden.

Trifft zu für die Folge

	a	b
a)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
e)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**2** Ordnen Sie die Graphen der richtigen Folge zu.



- \_\_\_  $s(n) = -1 + \frac{3n}{n+1}$
  - \_\_\_  $t(n) = -\cos(n \cdot \frac{\pi}{4})$
  - \_\_\_  $u(n) = u(n-1)+0,5$  mit  $u(0) = -1$
  - \_\_\_  $v(n) = 2 - 3 \cdot 2^{-x}$
- Hinweis: Verwenden Sie den GTR nur ohne seq-Modus.*

**3** Welche Folge liefert die angegebenen Werte in der Wertetabelle? Ordnen Sie zu.

n	1	2	3	4	5	6	7	8
A	5	4	$4\frac{1}{3}$	5	5,8	$6\frac{2}{3}$	$7\frac{4}{7}$	8,5
B	3	-2	3	-2	3	-2	3	-2

- \_\_\_  $s(n) = 2 - s(n-1)$  mit  $s(1) = 3$
- \_\_\_  $t(n) = 1 - t(n-1)$  mit  $t(1) = 3$
- \_\_\_  $u(n) = n + \frac{4}{n}$
- \_\_\_  $v(n) = \frac{n^2+3}{n}$

**4** Ordnen Sie die GTR-Abbildung den richtigen ersten fünf Gliedern der angegebenen Zahlenfolge zu. Kreuzen Sie an.



- \_\_\_ 0; 3; 8; 15; 24
- \_\_\_ -1; 0; 3; 8; 15
- \_\_\_ 4; 5; 7; 11; 19
- \_\_\_ 5; 7; 11; 19; 34

**5** Stellen Sie die Folge a bzw. b mit  
 a)  $a(n) = a(n - 1) + 2$ ,  $a(0) = 0$  explizit dar.  
 b)  $b(n) = 2n + 1$ , mit  $n \geq 0$  rekursiv dar.

- a)  $a(n) = \underline{\hspace{2cm}}$
- b)  $b(n) = \underline{\hspace{2cm}}$   
mit  $b(\underline{\hspace{1cm}}) = \underline{\hspace{1cm}}$

Name: \_\_\_\_\_ Klasse: \_\_\_\_\_

r/f  
/n

**1** Ein Unternehmen produzierte in der Vergangenheit mit einer Ausschussrate von 7%. Nach einer Veränderung des Produktionsablaufs vermutet man, dass sich die Qualität verbessert hat.  
a) Welche Nullhypothese  $H_0$  sollte man für einen statistischen Test wählen, der die Vermutung bekräftigt?  
b) Welche Alternativhypothese  $H_1$  wählt man?

- a) Für  $H_0$  gilt:
- $p=0,7$         $p<0,07$
  - $p=0,07$       $p\geq 0,07$
  - $p=0,007$       $p\leq 0,07$
  - $p > 0,7$        $p>0,07$
  - $p\geq 0,7$       $p\leq 0,7$
- b)  $H_1: p$  \_\_\_\_\_

**2** Julia behauptet, zwei verschiedene Wassersorten am Geschmack unterscheiden zu können. Ihre Freunde möchten dies testen: Julia trinkt 15 Proben. Mit einem Signifikanzniveau von 1% soll entschieden werden, ob Sie zufällig rät.  
a) Wie ist die Nullhypothese zu wählen, wenn man davon ausgeht, dass sie rät?  
b) Wie ist die Alternativhypothese zu wählen?  
c) Handelt es sich um einen links- oder rechtsseitigen Test?  
d) Bestimmen Sie mit Hilfe des abgebildeten GTR- Bildschirms den Annahmebereich.

X	$P_1$
8	.69638
9	.84912
10	.94077
11	.98242
12	.99631
13	.99951
14	.99997

- a) Für  $H_0$  gilt:
- $p < 0,5$
  - $p = 0,5$
  - $p > 0,5$
- b) Setzen Sie  $<$ ;  $=$ ;  $>$  ein:  
 $H_1$              $H_0$
- c) \_\_\_\_\_-seitig
- d) Annahmebereich:  
[   ;    ]

**3** Für einen statistischen Test soll gelten:  
 $H_0: p \leq 0,12$ ;  $H_1: p > 0,12$ ; Stichprobenumfang: 100. Welcher GTR-Befehl erzeugt die Tabelle, der kumulierten Wahrscheinlichkeiten?

```
Binomial C.D
Data :List
List :List1
Numtrial:100
p :0.12
Save Res:List2
Execute
|CALC
```

```
Normal P.D
Data :List
List :List1
σ :100
μ :
Save Res:List2
Execute
|CALC
```

```
Poisson P.D
Data :List
List :List1
λ :0.12
Save Res:List2
Execute
|CALC
```



- A
- B
- C

**4** Es wird ein statistischer Test mit folgenden Daten durchgeführt:  
Stichprobenumfang  $n = 20$   
Nullhypothese  $H_0: p = 0,7$ ;  $H_1: p < 0,7$  Signifikanzniveau  $\alpha = 2\%$ .  
a) Handelt es sich um einen links- oder rechtsseitigen Test?  
b) Bestimmen Sie den Annahmebereich.  
c) Man ändert das Signifikanzniveau auf 3%. Wie verändert sich dann der Annahmebereich?

- a) \_\_\_\_\_-seitig
- b)  [ 0 ; 17 ]  
 [ 18 ; 20 ]  
 [ 17 ; 20 ]
- c) Der Annahmebereich  
 wird kleiner  
 bleibt gleich  
 wird größer

Name: \_\_\_\_\_ Klasse: \_\_\_\_\_

r/f  
/n

<p><b>1</b> Wahr oder falsch?</p> <p> A: Beim Testen von Hypothesen ist ein Fehler 1. Art, eine Nullhypothese zurückzuweisen, obwohl sie wahr ist.</p> <p>B: Die Wahrscheinlichkeit, dass die Nullhypothese abgelehnt wird, obwohl sie richtig ist, heißt Fehler 1. Art (Irrtumswahrscheinlichkeit).</p> <p>C: Als Fehler 2. Art wird der Fehler bezeichnet, den man begeht, wenn man die Nullhypothese beibehält, obwohl die Alternativhypothese gilt.</p> <p>D: Im Gegensatz zum Fehler 1. Art lässt sich die Wahrscheinlichkeit für den Fehler 2. Art meist nicht berechnen.</p>	<table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>Wahr</th> <th>Falsch</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>A</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>B</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>C</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>D</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> </tbody> </table>		Wahr	Falsch	A	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	B	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	C	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	D	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	Wahr	Falsch														
A	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>														
B	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>														
C	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>														
D	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>														
<p><b>2</b> Wie kann gleichzeitig die Wahrscheinlichkeit beider Fehler (1. und 2. Art) verkleinert werden?</p> <p>A: Annahmehereich von <math>H_0</math> vergrößern</p> <p>B: Annahmehereich von <math>H_0</math> verkleinern</p> <p>C: Stichprobenumfang <math>n</math> vergrößern</p> <p>D: Stichprobenumfang <math>n</math> verkleinern</p> <p>E: Signifikanzniveau verkleinern</p>	<p>Richtig ist/sind:</p> <p>A <input type="checkbox"/></p> <p>B <input type="checkbox"/></p> <p>C <input type="checkbox"/></p> <p>D <input type="checkbox"/></p> <p>E <input type="checkbox"/></p>															
<p><b>3</b> Jan hat einen Würfel, vom dem er der Meinung ist, dass dieser zu selten auf der „6“ liegen bleibt. Er möchte einen statistischen Test durchführen. Wie muss er die Nullhypothese wählen?</p>	<p>Nullhypothese <math>H_0</math>:</p> <p><input type="checkbox"/> <math>p &lt; \frac{1}{6}</math>      <input type="checkbox"/> <math>p = \frac{1}{6}</math></p> <p><input type="checkbox"/> <math>p &gt; \frac{1}{6}</math>      <input type="checkbox"/> <math>p \neq \frac{1}{6}</math></p>															
<p><b>4</b> Für einen rechtsseitigen statistischen Test gilt <math>H_0: p = 0,4; n = 50; \alpha = 2\%</math></p> <p> a) Bestimmen Sie den Annahmehereich.</p> <p>b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit für einen Fehler 1. Art.</p> <p>Die tatsächliche Wahrscheinlichkeit für einen Treffer beträgt 0,6.</p> <p>c) Gesucht ist jetzt die Wahrscheinlichkeit für einen Fehler 2. Art. Welcher GTR-Befehl führt zum Ziel?</p> <table border="1" data-bbox="159 1926 1085 2072"> <tr> <td><code>nominalCD(27,50,0.4)</code></td> <td><code>nominalCD(0.5,50,0.4)</code></td> <td><code>nominalCD(27,50,0.6)</code></td> </tr> <tr> <td><input type="text"/></td> <td><input type="text"/></td> <td><input type="text"/></td> </tr> <tr> <td><input type="text"/></td> <td><input type="text"/></td> <td><input type="text"/></td> </tr> </table> <p>d) Wie groß ist die gesuchte Wahrscheinlichkeit?</p>	<code>nominalCD(27,50,0.4)</code>	<code>nominalCD(0.5,50,0.4)</code>	<code>nominalCD(27,50,0.6)</code>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<p>a) <input type="checkbox"/> [0 ; 26]</p> <p><input type="checkbox"/> [0 ; 27]</p> <p><input type="checkbox"/> [0 ; 28]</p> <p>b) Auf 4 Stellen: ca. _____</p> <p>c) Kreuzen Sie an:</p> <table border="1" data-bbox="1109 1848 1468 1892"> <tr> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> </table> <p>d) ca. ____ %</p>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>			
<code>nominalCD(27,50,0.4)</code>	<code>nominalCD(0.5,50,0.4)</code>	<code>nominalCD(27,50,0.6)</code>														
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>														
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>														
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>														

Name: \_\_\_\_\_ Klasse: \_\_\_\_\_

r/f  
/n

**1** Die Gauß'schen Glockenfunktionen  $\varphi_{\mu;\sigma}$  sind gegeben durch  $\varphi_{\mu;\sigma}(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$ .



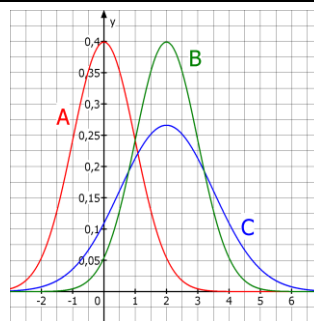
- a) Füllen Sie die Tabelle aus.  
 b) Sind die Aussagen wahr oder falsch?  
 A: Je kleiner  $\sigma$  ( $\sigma > 0$ ) ist, desto „breiter“ und „flacher“ ist der Graph der Funktion.  
 B: Das Maximum liegt an der Stelle  $x = \mu$ .  
 C: der Graph ist symmetrisch zur y-Achse.

a) gerundet auf 2 Dezimale:

x	$\varphi_{0;1}(x)$
0	
1	
2	

- b) Wahr Falsch  
 A    
 B    
 C

**2** Ordnen Sie den Graphen die richtige Gaußsche Glockenfunktion zu.



- \_\_\_\_\_  $\varphi_{1;0}$   
 \_\_\_\_\_  $\varphi_{0;2}$   
 \_\_\_\_\_  $\varphi_{2;1,5}$   
 \_\_\_\_\_  $\varphi_{2;1}$   
 \_\_\_\_\_  $\varphi_{3;2}$   
 \_\_\_\_\_  $\varphi_{0;1}$

**3** In der Abbildung sind drei Funktionsterme im GTR- Fenster dargestellt. Welcher erzeugt den Graphen der Glockenfunktion  $\varphi_{5;2}(x)$ ?



A: B: C:

Richtig ist:

- A  B  C

**4** Wie entsteht der Graph der Funktion f mit  $f(x) = \frac{1}{5\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \cdot (\frac{x-7}{5})^2}$  aus dem Graphen der Gauß-Funktion  $\varphi_{0;1}$  ?

- Kreuzen Sie entsprechend an.  
 a) vertikale Stauchung mit dem Faktor ...  
 b) horizontale Dehnung mit dem Faktor ...  
 c) horizontale Verschiebung um ... nach ... .

- a) 5  1/5   
 7  1/7   
 b) 5  1/5   
 7  1/7   
 c) 5  1/5   
 7  1/7   
 links   
 rechts

**5** Gegeben ist die Gauß-Funktion  $\varphi_{5;2}(x)$ .



- a) Bestimmen Sie den Hochpunkt des Graphen.  
 b) Berechnen Sie  $\int_1^5 \varphi_{5;2}(x) dx$ .  
 c) Berechnen Sie  $\int_1^\infty \varphi_{5;2}(x) dx$

a)  $H \approx (\text{---} | \frac{0,4}{\text{---}})$

- Auf 2 Dezimale gerundet:  
 b) \_\_\_\_\_  
 c) \_\_\_\_\_

WADI Kursstufe D20 Casio		Normalverteilungen	
Name: _____ Klasse: _____		r/f /n	
1	Füllen Sie die Lücken aus: a) Eine stetige Zufallsvariable X heißt _____ mit den Parametern $\mu$ und $\sigma$ wenn sie eine Gauß'sche Glockenfunktion $\varphi_{\mu;\sigma}$ als _____ besitzt. b) Normalverteilungen kann man verwenden, um Wahrscheinlichkeiten von ..... ..... näherungsweise zu berechnen.	a) _____ _____ _____ b) _____ _____ _____	
2	X sei eine normalverteilte Zufallsvariable mit $\mu = 10$ und $\sigma = 2$ . Die Wahrscheinlichkeit $P(a \leq X \leq b)$ berechnet sich A: $\int_a^b \varphi_{10;2}(x)dx$ B: $\int_2^{10} \varphi_{a;b}(x)dx$	Richtig ist: A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/>	
3	Unter der <i>Stetigkeitskorrektur</i> versteht man ... A: .. einen Korrekturterm, der zum Ausgleich von Rundungsfehlern subtrahiert wird. B: .. die Vergrößerung des Integrationsintervalls auf beiden Seiten um 0,5, wenn mit ganzzahligen Zufallsvariablen gearbeitet wird. C: .. $P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) \approx 68\%$	Richtig ist/sind: A <input type="checkbox"/>  B <input type="checkbox"/>  C <input type="checkbox"/>	
4	Welcher GTR-Befehl kann verwendet werden, um für die Normalverteilung $\varphi_{64;6}$ den Wert von $P(X \leq 70)$ zu bestimmen? <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-start;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 150px; height: 60px; margin-bottom: 5px;">NormCD(-100,70,6,64)</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 150px; height: 60px; margin-bottom: 5px;">NormCD(70,0,6,64)</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 150px; height: 60px; margin-bottom: 5px;">NormCD(0,6,64,70)</div> </div> A: <input type="text"/> B: <input type="text"/> C: <input type="text"/>	Richtig ist/sind: A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/>	
5	Bestimmen Sie für eine normalverteilte Zufallsvariable X mit $\mu = 3$ und $\sigma = 2$ a) $P(X \leq 2)$ b) $P(2 \leq X \leq 4)$ c) $P(X \geq 4,5)$	a) $P(X \leq 2) = \underline{\hspace{2cm}}\%$ b) $P(2 \leq X \leq 4) = \underline{\hspace{2cm}}\%$ c) $P(X \geq 4,5) = \underline{\hspace{2cm}}\%$	
6	Die Zufallsvariable X sei binomialverteilt mit $n = 100$ und $p = 0,2$ . a) Der GTR-Befehl $\text{binomcdf}(100,0.2,25)$ berechnet die Wahrscheinlichkeit für ..... Treffer. b) Bestimmen Sie mithilfe einer Approximation durch eine geeignete Normalverteilung A: $P(X \leq 25)$ B: $P(35 \leq X \leq 42)$ C: $P(X \geq 42)$	a) _____ b) Auf eine Dezimale angeben $\mu = \underline{\hspace{2cm}}$ ; $\sigma \approx \underline{\hspace{2cm}}$ A: $P(X \leq 25) \approx \underline{\hspace{2cm}}\%$ B: $P(25 \leq X \leq 30) \approx \underline{\hspace{2cm}}\%$ C: $P(X \geq 20) \approx \underline{\hspace{2cm}}\%$	



Lösungen

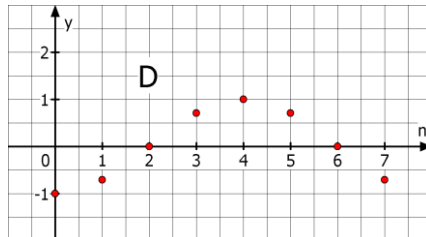
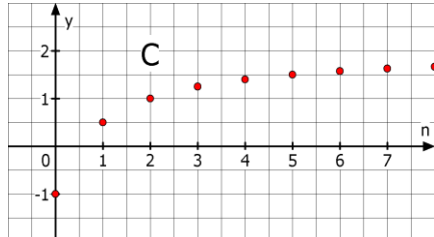
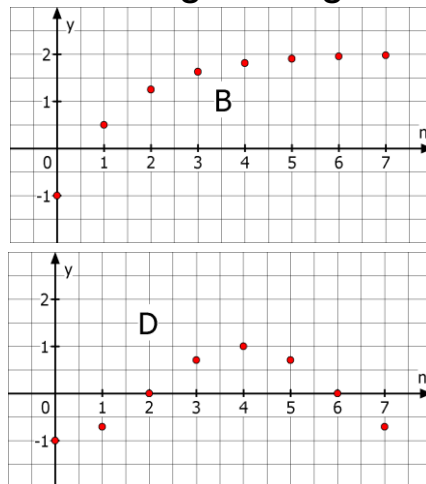
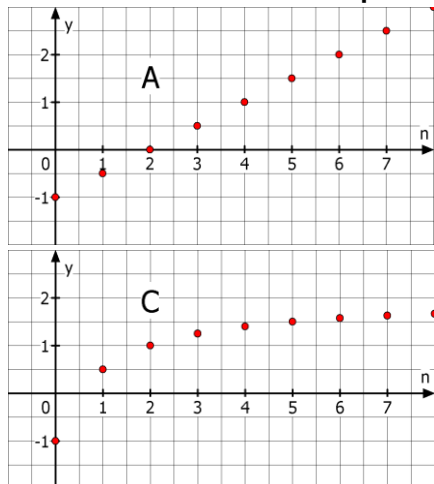
r/f  
/n

**1** Gegeben sind für  $n \in \mathbb{N}$  die Folgen a und b mit  $a(n) = n^2 + 23$  und  $b(n) = 2 \cdot b(n - 1)$ ;  $b(0)=4$ . Was trifft zu?  
 a) Einzelne Folgenglieder können nur mit Hilfe des Vorgängers berechnet werden.  
 b) Für  $n = 3$  hat das Folgenglied den Wert 32.  
 c) Die Folge ist explizit dargestellt  
 d) Die Folge ist rekursiv dargestellt  
 e) Jedes Folgenglied kann durch das Einsetzen eines Wertes für n direkt berechnet werden.

Trifft zu für die Folge

	a	b
a)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
b)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
c)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
e)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**2** Ordnen Sie die Graphen der richtigen Folge zu.



- C  $s(n) = -1 + \frac{3n}{n+1}$
- D  $t(n) = -\cos(n \cdot \frac{\pi}{4})$
- A  $u(n) = u(n-1)+0,5$  mit  $u(0) = -1$
- B  $v(n) = 2 - 3 \cdot 2^{-x}$

*Hinweis: Verwenden Sie den GTR nur ohne seq-Modus.*

**3** Welche Folge liefert die angegebenen Werte in der Wertetabelle? Ordnen Sie zu.

n	1	2	3	4	5	6	7	8
A	5	4	$4\frac{1}{3}$	5	5,8	$6\frac{2}{3}$	$7\frac{4}{7}$	8,5
B	3	-2	3	-2	3	-2	3	-2

- $s(n) = 2 - s(n-1)$  mit  $s(1) = 3$
- B  $t(n) = 1 - t(n-1)$  mit  $t(1) = 3$
- A  $u(n) = n + \frac{4}{n}$
- $v(n) = \frac{n^2+3}{n}$

**4** Ordnen Sie die GTR-Abbildung den richtigen ersten fünf Gliedern der angegebenen Zahlenfolge zu. Kreuzen Sie an.




- 0; 3; 8; 15; 24
- -1; 0; 3; 8; 15
- 4; 5; 7; 11; 19
- 5; 7; 11; 19; 34

**5** Stellen Sie die Folge a bzw. b mit  
 a)  $a(n) = a(n - 1) + 2$ ,  $a(0) = 0$  explizit dar.  
 b)  $b(n) = 2n + 1$ , mit  $n \geq 0$  rekursiv dar.

- a)  $a(n) = 2n$
- b)  $b(n) = b(n-1) + 2$  mit  $b(0) = 1$

Lösungen

r/f  
/n

**1**  Ein Unternehmen produzierte in der Vergangenheit mit einer Ausschussrate von 7%. Nach einer Veränderung des Produktionsablaufs vermutet man, dass sich die Qualität verbessert hat.

a) Welche Nullhypothese  $H_0$  sollte man für einen statistischen Test wählen, der die Vermutung bekräftigt?

b) Welche Alternativhypothese  $H_1$  wählt man?

a) Für  $H_0$  gilt:

$p=0,7$         $p<0,07$   
  $p=0,07$       $p\geq 0,07$   
  $p=0,007$      $p\leq 0,07$   
  $p > 0,7$       $p>0,07$   
  $p\geq 0,7$       $p\leq 0,7$

b)  $H_1: p < 0,07$

**2** Julia behauptet, zwei verschiedene Wasssorten am Geschmack unterscheiden zu können. Ihre Freunde möchten dies testen: Julia trinkt 15 Proben. Mit einem Signifikanzniveau von 1% soll entschieden werden, ob Sie zufällig rät.

a) Wie ist die Nullhypothese zu wählen, wenn man davon ausgeht, dass sie rät?

b) Wie ist die Alternativhypothese zu wählen?

c) Handelt es sich um einen links- oder rechtsseitigen Test?

d) Bestimmen Sie mit Hilfe des abgebildeten GTR- Bildschirms den Annahmebereich.

X	$P_1$
8	.69638
9	.84912
10	.94077
11	.98242
12	.99631
13	.99951
14	.99997


a) Für  $H_0$  gilt:

$p < 0,5$   
  $p = 0,5$   
  $p > 0,5$

b) Setzen Sie  $<$ ;  $=$ ;  $>$  ein:  
 $H_1 > H_0$

c) rechts-seitig




d) Annahmebereich:  $[0; 12]$

**3**  Für einen statistischen Test soll gelten:  $H_0: p \leq 0,12$ ;  $H_1: p > 0,12$ ; Stichprobenumfang: 100. Welcher GTR-Befehl erzeugt die Tabelle, der kumulierten Wahrscheinlichkeiten?


```
Binomial C.D
Data :List
List :List1
Numtrial:100
p :0,12
Save Res:List2
Execute
```

```
Normal P.D
Data :List
List :List1
List :List1
n :100
p :0,12
Save Res:List2
Execute
```

```
Poisson P.D
Data :List
List :List1
List :List1
n :0,12
Save Res:List2
Execute
```

A:  B:  C: 

A  
 B  
 C

**4**  Es wird ein statistischer Test mit folgenden Daten durchgeführt:

Stichprobenumfang  $n = 20$   
Nullhypothese  $H_0: p = 0,7$ ;  $H_1: p < 0,7$  Signifikanzniveau  $\alpha = 2\%$ .

a) Handelt es sich um einen links- oder rechtsseitigen Test?

b) Bestimmen Sie den Annahmebereich.

c) Man ändert das Signifikanzniveau auf 5%. Wie verändert sich dann der Annahmebereich?

a) links-seitig



b)   $[ 0; 9]$   
  $[ 10; 20]$   
  $[ 17; 20]$

c) Der Annahmebereich  
 wird kleiner  
 bleibt gleich  
 wird größer



Lösungen

r/f  
/n

<p><b>1</b> Wahr oder falsch?</p> <p> A: Beim Testen von Hypothesen ist ein Fehler 1. Art, eine Nullhypothese zurückzuweisen, obwohl sie wahr ist.</p> <p>B: Die Wahrscheinlichkeit, dass die Nullhypothese abgelehnt wird, obwohl sie richtig ist, heißt Fehler 1. Art (Irrtumswahrscheinlichkeit).</p> <p>C: Als Fehler 2. Art wird der Fehler bezeichnet, den man begeht, wenn man die Nullhypothese beibehält, obwohl die Alternativhypothese gilt.</p> <p>D: Im Gegensatz zum Fehler 1. Art lässt sich die Wahrscheinlichkeit für den Fehler 2. Art meist nicht berechnen.</p>	<table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>Wahr</th> <th>Falsch</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>A</td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>B</td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>C</td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>D</td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> </tbody> </table>		Wahr	Falsch	A	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	B	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	C	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	D	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	Wahr	Falsch														
A	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>														
B	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>														
C	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>														
D	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>														
<p><b>2</b> Wie kann gleichzeitig die Wahrscheinlichkeit beider Fehler (1. und 2. Art) verkleinert werden?</p> <p>A: Annahmebereich von <math>H_0</math> vergrößern</p> <p>B: Annahmebereich von <math>H_0</math> verkleinern</p> <p>C: Stichprobenumfang <math>n</math> vergrößern</p> <p>D: Stichprobenumfang <math>n</math> verkleinern</p> <p>E: Signifikanzniveau verkleinern</p>	<p>Richtig ist/sind:</p> <p>A <input type="checkbox"/></p> <p>B <input type="checkbox"/></p> <p>C <input checked="" type="checkbox"/></p> <p>D <input type="checkbox"/></p> <p>E <input type="checkbox"/></p>															
<p><b>3</b> Jan hat einen Würfel, vom dem er der Meinung ist, dass dieser zu selten auf der „6“ liegen bleibt. Er möchte einen statistischen Test durchführen. Wie muss er die Nullhypothese wählen?</p>	<p>Nullhypothese <math>H_0</math>:</p> <p><input type="checkbox"/> <math>p &lt; \frac{1}{6}</math>      <input type="checkbox"/> <math>p = \frac{1}{6}</math></p> <p><input checked="" type="checkbox"/> <math>p &gt; \frac{1}{6}</math>      <input type="checkbox"/> <math>p \neq \frac{1}{6}</math></p>															
<p><b>4</b> Für einen rechtsseitigen statistischen Test gilt <math>H_0: p = 0,4; n = 50; \alpha = 2\%</math></p> <p> a) Bestimmen Sie den Annahmebereich.</p> <p>b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit für einen Fehler 1. Art.</p> <p>Die tatsächliche Wahrscheinlichkeit für einen Treffer beträgt 0,6.</p> <p>c) Gesucht ist jetzt die Wahrscheinlichkeit für einen Fehler 2. Art. Welcher GTR-Befehl führt zum Ziel?</p> <table border="1" data-bbox="159 1944 1085 2083"> <tr> <td><code>nominalCD(27,50,0,H)</code></td> <td><code>nominalCD(0,5,50,0,4)</code></td> <td><code>nominalCD(27,50,0,E)</code></td> </tr> <tr> <td><input type="text"/></td> <td><input type="text"/></td> <td><input type="text"/></td> </tr> <tr> <td><input type="text"/></td> <td><input type="text"/></td> <td><input type="text"/></td> </tr> </table> <p>d) Wie groß ist die gesuchte Wahrscheinlichkeit?</p>	<code>nominalCD(27,50,0,H)</code>	<code>nominalCD(0,5,50,0,4)</code>	<code>nominalCD(27,50,0,E)</code>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<p>a) <input type="checkbox"/> [0 ; 26]</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> [0 ; 27]</p> <p><input type="checkbox"/> [0 ; 28]</p> <p>b) Auf 4 Stellen: ca. <u>0,016</u></p> <p>c) Kreuzen Sie an:</p> <table border="1" data-bbox="1109 1792 1468 1836"> <tr> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> </tr> </table> <p>d) ca. <u>23</u> %</p>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>			
<code>nominalCD(27,50,0,H)</code>	<code>nominalCD(0,5,50,0,4)</code>	<code>nominalCD(27,50,0,E)</code>														
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>														
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>														
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>														

**Lösungen**

r/f  
/n

1 Die Gauß'schen Glockenfunktionen  $\varphi_{\mu;\sigma}$  sind gegeben durch  $\varphi_{\mu;\sigma}(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$ .

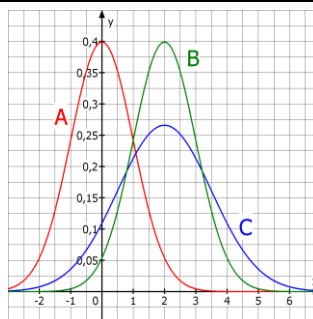
- a) Füllen Sie die Tabelle aus.  
 b) Sind die Aussagen wahr oder falsch?  
 A: Je kleiner  $\sigma$  ( $\sigma > 0$ ) ist, desto „breiter“ und „flacher“ ist der Graph der Funktion.  
 B: Das Maximum liegt an der Stelle  $x = \mu$ .  
 C: der Graph ist symmetrisch zur y-Achse.

a) gerundet auf 2 Dezimale:

x	$\varphi_{0;1}(x)$
0	0,40
1	0,24
2	0,05

- b) Wahr Falsch  
 A    
 B    
 C

2 Ordnen Sie den Graphen die richtige Gauß'sche Glockenfunktion zu.



- $\varphi_{1;0}$   
           $\varphi_{0;2}$   
  C       $\varphi_{2;1,5}$   
  B       $\varphi_{2;1}$   
           $\varphi_{3;2}$   
  A       $\varphi_{0;1}$

3 In der Abbildung sind drei Funktionsterme im GTR- Fenster dargestellt. Welcher erzeugt den Graphen der Glockenfunktion  $\varphi_{5;2}(x)$ ?



Richtig ist:

- A  B  C

4 Wie entsteht der Graph der Funktion f mit  $f(x) = \frac{1}{5\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \cdot (\frac{x-7}{5})^2}$  aus dem Graphen der Gauß-Funktion  $\varphi_{0;1}$  ?

- Kreuzen Sie entsprechend an.  
 a) vertikale Stauchung mit dem Faktor ...  
 b) horizontale Dehnung mit dem Faktor ...  
 c) horizontale Verschiebung um ... nach ...

- a) 5  1/5   
 7  1/7   
 b) 5  1/5   
 7  1/7   
 c) 5  1/5   
 7  1/7   
 links   
 rechts

5 Gegeben ist die Gauß-Funktion  $\varphi_{5;2}(x)$ .

- a) Bestimmen Sie den Hochpunkt des Graphen.  
 b) Berechnen Sie  $\int_1^5 \varphi_{5;2}(x) dx$ .  
 c) Berechnen Sie  $\int_1^\infty \varphi_{5;2}(x) dx$

- a)  $H \approx (5 | \frac{0,4}{2})$   
 Auf 2 Dezimale gerundet:  
 b) 0,48  
 c) 0,98



WADI Kursstufe D20 Casio		Normalverteilungen
Lösungen		r/f /n
1	<p>Füllen Sie die Lücken aus:</p> <p>a) Eine stetige Zufallsvariable <math>X</math> heißt _____ mit den Parametern <math>\mu</math> und <math>\sigma</math> wenn sie eine Gauß'sche Glockenfunktion <math>\varphi_{\mu;\sigma}</math> als _____ besitzt.</p> <p>b) Normalverteilungen kann man verwenden, um Wahrscheinlichkeiten von ..... näherungsweise zu berechnen.</p>	<p>a) <u>normalverteilt</u></p> <p><u>Wahrscheinlichkeitsdichte</u></p> <p>b) <u>binomialverteilten Zufallsvariablen</u></p>
2	<p><math>X</math> sei eine normalverteilte Zufallsvariable mit <math>\mu = 10</math> und <math>\sigma = 2</math>. Die Wahrscheinlichkeit <math>P(a \leq X \leq b)</math> berechnet sich</p> <p>A: <math>\int_a^b \varphi_{10;2}(x)dx</math>    B: <math>\int_2^{10} \varphi_{a;b}(x)dx</math></p>	<p>Richtig ist:</p> <p>A <input checked="" type="checkbox"/>    B <input type="checkbox"/></p>
3	<p>Unter der <i>Stetigkeitskorrektur</i> versteht man ...</p> <p>A: .. einen Korrekturterm, der zum Ausgleich von Rundungsfehlern subtrahiert wird.</p> <p>B: .. die Vergrößerung des Integrationsintervalls auf beiden Seiten um 0,5, wenn mit ganzzahligen Zufallsvariablen gearbeitet wird.</p> <p>C: .. <math>P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) \approx 68\%</math></p>	<p>Richtig ist/sind:</p> <p>A <input type="checkbox"/></p> <p>B <input checked="" type="checkbox"/></p> <p>C <input type="checkbox"/></p>
4	<p>Welcher GTR-Befehl kann verwendet werden, um für die Normalverteilung <math>\varphi_{64;6}</math> den Wert von <math>P(X \leq 70)</math> zu bestimmen?</p> <p>A:  B:  C: </p>	<p>Richtig ist/sind:</p> <p>A <input checked="" type="checkbox"/>    B <input type="checkbox"/>    C <input type="checkbox"/></p>
5	<p>Bestimmen Sie für eine normalverteilte Zufallsvariable <math>X</math> mit <math>\mu = 3</math> und <math>\sigma = 2</math></p> <p>a) <math>P(X \leq 2)</math>    b) <math>P(2 \leq X \leq 4)</math>    c) <math>P(X \geq 4,5)</math></p>	<p>a) <math>P(X \leq 2) = \underline{30,9\%}</math></p> <p>b) <math>P(2 \leq X \leq 4) = \underline{38,3\%}</math></p> <p>c) <math>P(X \geq 4,5) = \underline{22,7\%}</math></p>
6	<p>Die Zufallsvariable <math>X</math> sei binomialverteilt mit <math>n = 100</math> und <math>p = 0,2</math>.</p> <p>a) Der GTR-Befehl <math>\text{binomcdf}(100, 0.2, 25)</math> berechnet die Wahrscheinlichkeit für ..... Treffer.</p> <p>b) Bestimmen Sie mithilfe einer Approximation durch eine geeignete Normalverteilung</p> <p>A: <math>P(X \leq 25)</math>    B: <math>P(35 \leq X \leq 42)</math>    C: <math>P(X \geq 42)</math></p>	<p>a) <u>höchstens 25</u></p> <p>b) <i>Auf eine Dezimale angeben</i></p> <p><math>\mu = \underline{20}</math>; <math>\sigma \approx \underline{4}</math></p> <p>A: <math>P(X \leq 25) \approx \underline{91,3\%}</math></p> <p>B: <math>P(25 \leq X \leq 30) \approx \underline{8,1\%}</math></p> <p>C: <math>P(X \geq 20) \approx \underline{44,1\%}</math></p>

## Durchgeführte Änderungen

<b>Datum</b>	<b>Aufgabenblatt und Aufgabe</b>
25.01.2012	C 46 Aufgabe 4
10.07.2012	D 14 Aufgabe 1
20.07.2012	D 16 Aufgabe 4
23.09.2014	B 33 Aufgabe 4